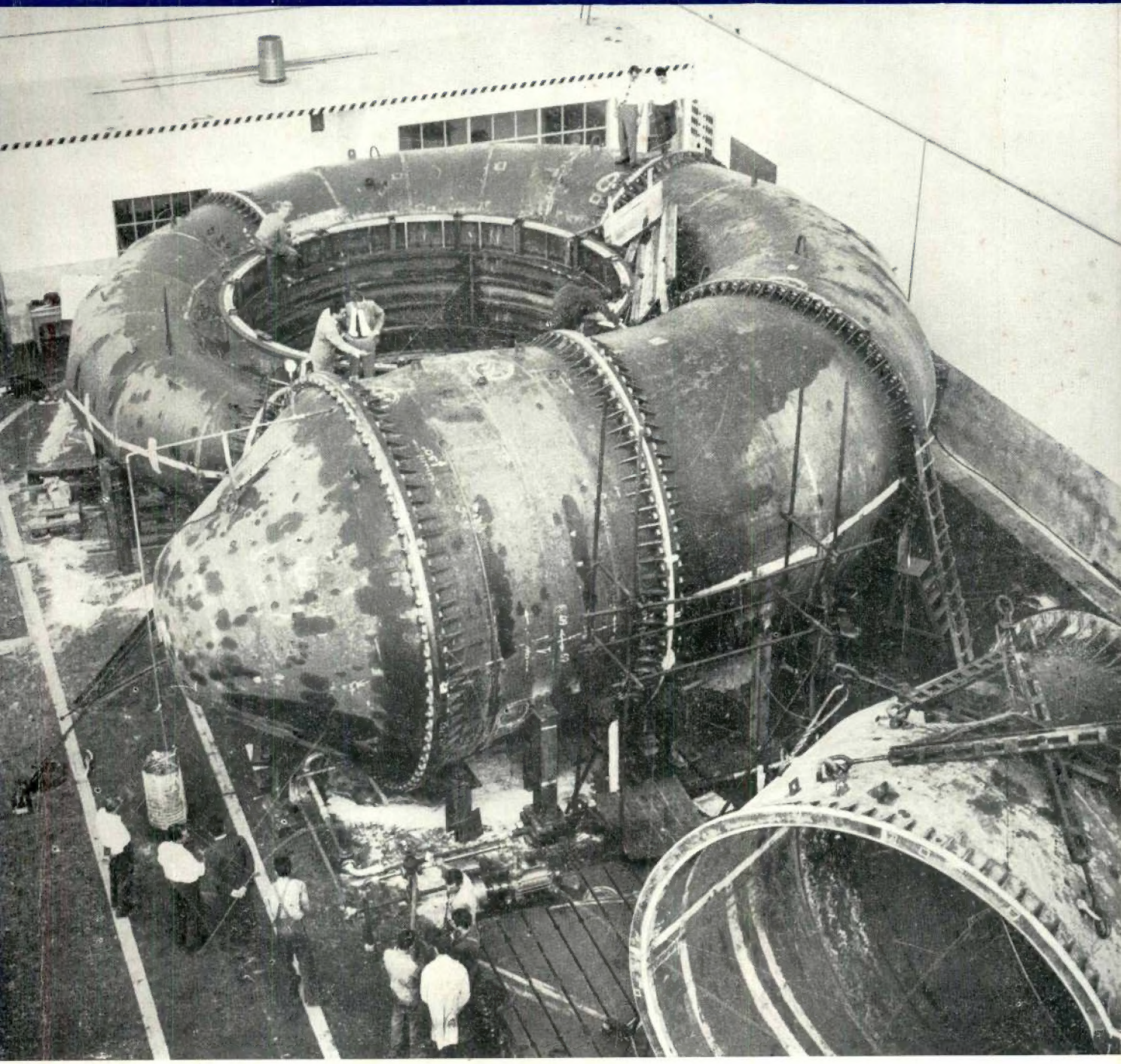
TÉCNICA



REVISTA DE ENGENHARIA
DOS ALUNOS DO I. S. T.

N.º 296-NOVEMBRO-1959

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão – Setúbal

Telef. 028824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 28201/2/3

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA
LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 683649
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 – TEL 21277

MARS-LUMOGRAPH

Lembre-se das cópias heliográficas!

Se a cópia demonstra impecável nitidez, depende do material de desenho utilizado no original.

Em todo o mundo os engenheiros e arquitectos apreciam no material moderno de desenho MARS-LUMOGRAPH ao lado das suas múltiplas vantagens, especialmente a sua propriedade heliográfica. Nós temos ao dispor o material de desenho MARS-LUMOGRAPH em 19 graduações como minas, lapiseiras e lápis de desenho. As lapiseiras de desenho MARS-LUMOGRAPH já famosas fornecem-se com afia-minas próprio situado no botão de pressão.

STAEDTLER

PAPELARIA FERNANDES
S. A. R. L.
Rua do Ouro, 145/149 Largo do Rato, 13
LISBOA

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXIV - N.º 296 Novembro de 1959

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

DIRECTOR
ALEXANDRE CERVEIRA

ADMINISTRADOR
JORGE GONÇALVES CALADO

SECRETÁRIO
HENRIQUE TELLES ANTUNES

REDACTORES
JOSÉ FERNANDO PINHARANDA
VÍTOR GRAVETO
CARLOS PENA

NUMERO AVULSO 12$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	32$50	50$00	95$00
Ultramar Português e Espanha	—	55$00	100$00
Estrangeiro	—	80$00	110$00

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

COMPOSTO E IMPRESSO NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Ensaio hidráulico em fábrica do envólucro espiral de uma das três turbinas Francis, de 80.000 C. V., 53 m de queda, para a Central de Miranda do Douro, construídas por CONSTRUÇÕES METALO MECANICAS MAGUE, S. A. R. L. (Alverca) em colaboração e segundo projecto dos ATELIERS DE CONSTRUCTIONS MECANIQUES DE VEVEY S. A. (Suíssa).

Págs.

Considerações acerca da formação dos dirigentes
Por J. C. Ferreira de Almeida 69

Sistemas Elásticos de *n* Graus de Liberdade
Pelo Eng.º António Gouvêa Portela 73

A previsão dos resultados na hidroclassificação
Pelo Eng.º José Quintino Rogado 83

Ajustamento a solos portugueses de um método rápido para a determinação do limite de liquidez
Pelo Eng.º Virgílio Penalva Esteves 91

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e consumo de energia na rede eléctrica nacional** 96

A segurança nas minas de urânio portuguesas
Pelo Eng.º Claudino Martins Vicente 97

A corrosão por correntes vagabundas e meios de protecção
Por Pedro Reis dos Santos 107

Do Mundo Técnico 114

Biblioteca 121

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A

Pág.

A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . . XXXIX
António Pacheco Agostinho XXXVIII
Atlantic — Fábrica Lusitana de Tintas e Vernizes, Limitada XL
Azevedo & Pessi, Ltd. XXII

C

Cekop XXI
Centrozap XXX
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
«Cimentol 25» XI
Companhia de Cimentos Brancos . . XII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XVI
Companhia União Fabril XVIII
Construções Técnicas, Ltd.ª XXXIII
C. Santos, Ltd.ª VI

E

Edmond Dardel II
Electro-Arco, Ltd.ª . . . . . 2.ª da capa
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XIX
Empresa Electro Cerâmica XII
Empresa de Fundações Capblanch, Lda. XXII
Empresa Nacional de Aparelhagem Eléctrica XXVI
Empresa de Produtos Asfálticos . . . VII
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XLIII
Eng.º Augusto Cavaco XLIII
Estabelecimentos Herold XLI

F

Fábrica Portugal XIII
Facto, Lda. XXVIII
Fanafel XXXVIII

H

Henriques & Castro, Ltd.ª XI
Hocut 201 XLII

J

Pág.

Jayme da Costa, Lda XXVII

L

Leacock (Lisboa), Ltd.ª XV

M

Mabor XLII
MAN XXIV
Máquinas de Precisão, Ltd.ª XXXV
Metalúrgica de Benfica, Ltd. XXIX
Mobil Oil Portuguesa . . . . . 4.ª da capa
Monteiro Gomes, Ltd.ª VIII

P

Papelaria Fernandes . . . . XXV e 2.ª da capa
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

S

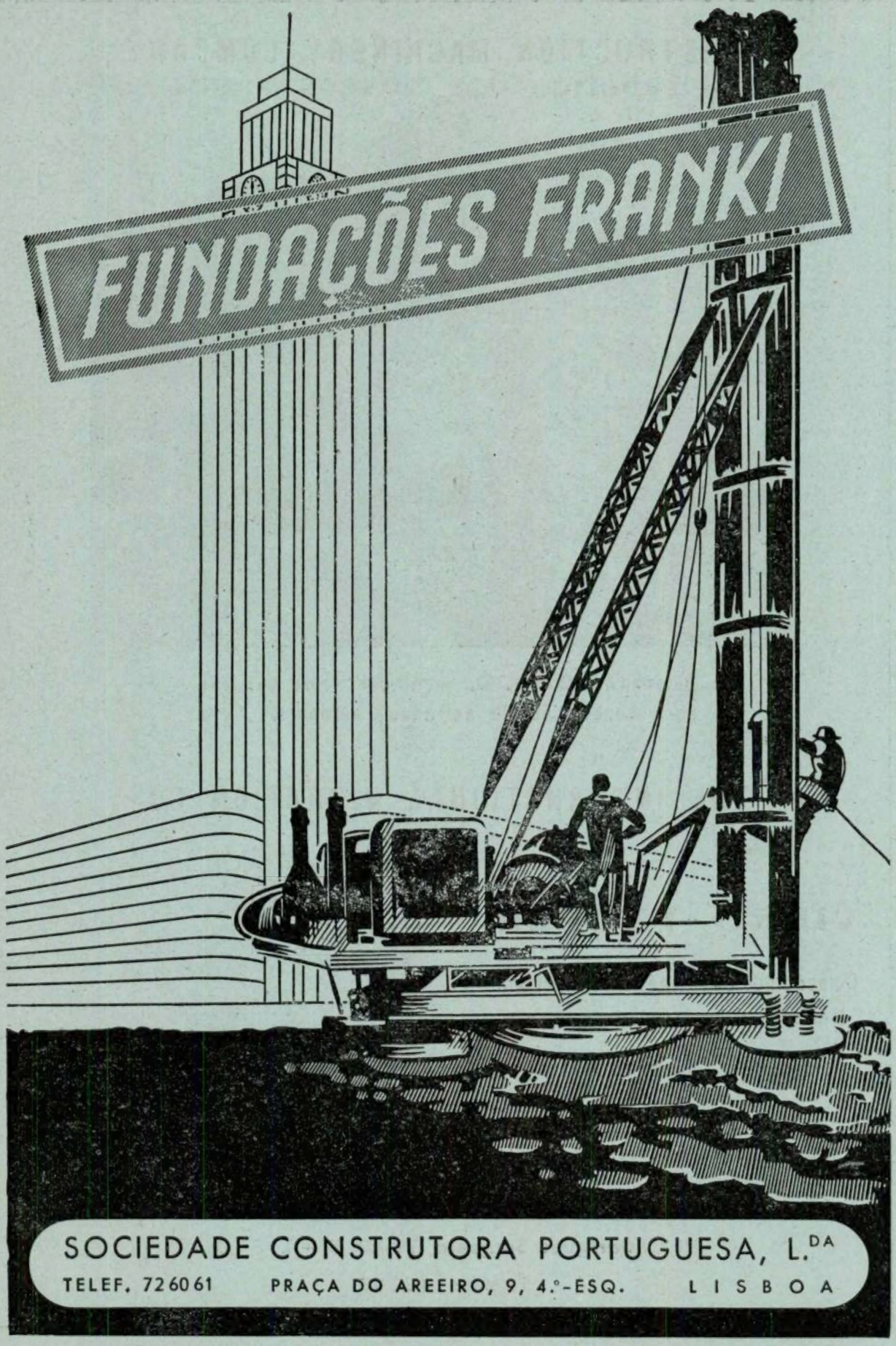
Sabal, Ltd. IX
S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XVII
Siemens XXXI
SMEIA . . . . . IV, XIV e XLIV
Sociedade Comercial de Isolamentos de Cortiça, Lda. XXII
Sociedade Comercial Romar, Lda. . XXXIV
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Sociedade Fabril de Matérias Plásticas XX
Soc. de Import. e Exp. Luso-Mundo XXXVI
Sociedade Portuguesa Cavan IX
Socotel V
Sonafor XXXVII
Sondagens Ródio, Ltd.ª IX
Standard Eléctrica X

V

Varimex XXXII

W

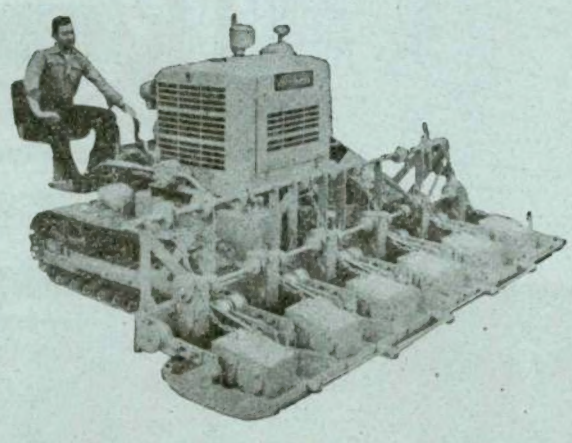
Wild Portugal, Lda. XXIII


FUNDAÇÕES FRANKI
SOCIEDADE CONSTRUTORA PORTUGUESA, L.DA
TELEF. 726061
PRAÇA DO AREEIRO, 9, 4.º-ESQ.
LISBOA

CONSTRUCTION MACHINERY COMPANY

Betoneiras **C. M. C.** montadas sobre camions, para construção de estradas, aeroportos, etc.

THE INTERNATIONAL VIBRATION CO.



VIBRO-TAMPER

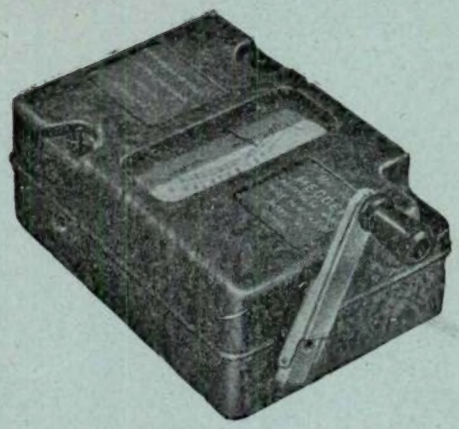
Compactador de sapatas vibratórias. Máxima compactação num mínimo de tempo

Agente exclusivo:

Edmond Dardel

Rua Rodrigues Sampaio, 19-4.º B — LISBOA

Telefone 42289



PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

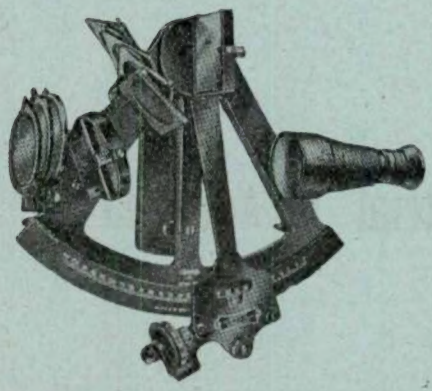
GRANDE SORTIDO
DE INSTRUMENTOS DE
PRECISÃO, CIENTÍFICOS
E INDUSTRIAIS

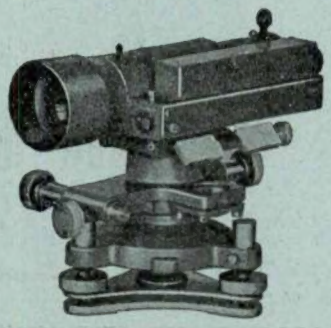
PARA

- ENGENHEIROS
- ARQUITECTOS
- CONSTRUTORES
- TOPÓGRAFOS
- DESENHADORES
- LABORATÓRIOS
- ESCOLAS
- OFICINAS

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75
LISBOA
TELEF.: 24314

TELEG.: TECNA

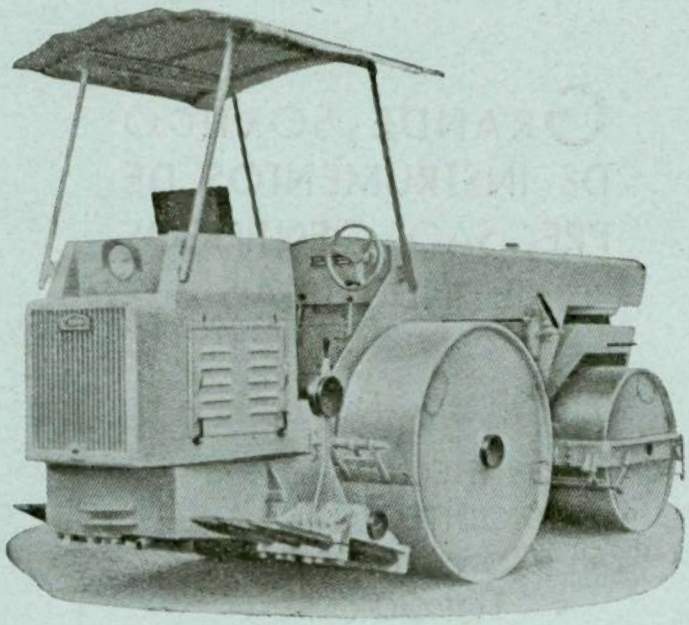




SCANWO

CILINDROS PARA ESTRADAS
EQUIPADOS COM MOTOR DIESEL
BOLINDER

PARA ENTREGA IMEDIATA



SCANWO MODELO OTIL

luminação eléctrica, escarificador, regadores e raspadeiras

MOTOR BOLINDER

	OTIL	TITON	TOLEX
Peso (Ton.)	8 a 12	12 a 14	12 a 16
Kg/cm	24 a 76	32 a 79	40 a 81
Km/hora	1 7 a 11 0	1.3 a 8.3	1.2 a 7.7

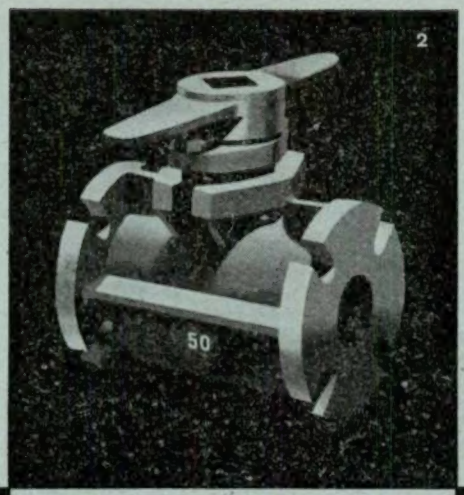
SMEIA

Sociedade de Mecanização Industrial e Agrícola

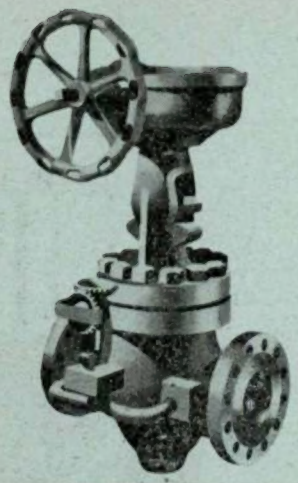
S. A. R. L.

LISBOA — Avenida Padre Manuel da Nóbrega, 8-B — Telef. 72 40 53

1

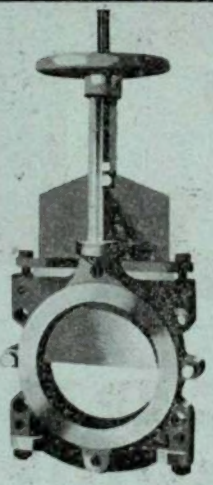


2

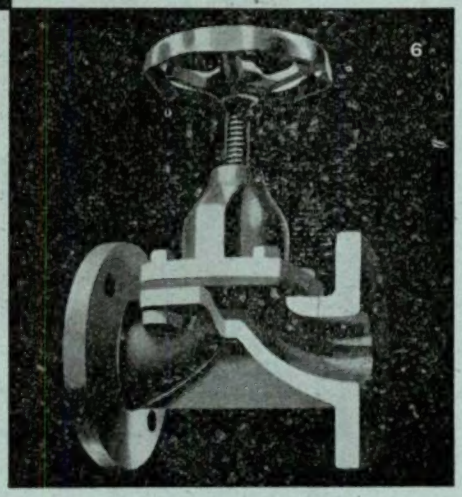


3

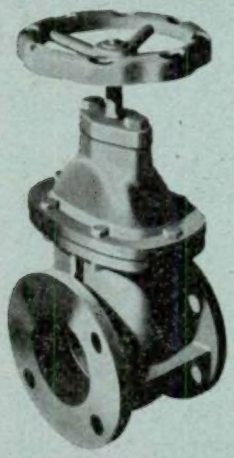
4



5



6



7

Válvulas indústriais para todos os fluídos, pressões e temperaturas

Fazem parte do nosso programa de fabrico:

1
Válvula de cunha PN 16, 25 e 40 atm., para água sobreaquecida, vapor e líquidos que ofereçam dificuldades de estanqueidade, para temperaturas de serviço superiores a 120 °C, em ferro fundido ou aço vazado. Estanqueidade permanente.

2
Torneira em Silacid, resistente a quási todos os ácidos empregados na indústria química.

3
Válvula de corrediça de alta pressão, para todas as pressões e temperaturas que intervenham na indústria, em aço vazado normal ou aço vazado resistindo à fluência.

4
Válvula de passagem livre para ácidos PN 10 atm. em ferro fundido ou aço vazado inoxidável resistente aos ácidos.

5
Válvula para substâncias pastosas, com aplicação na indústria da celulose e do papel assim como na indústria química.

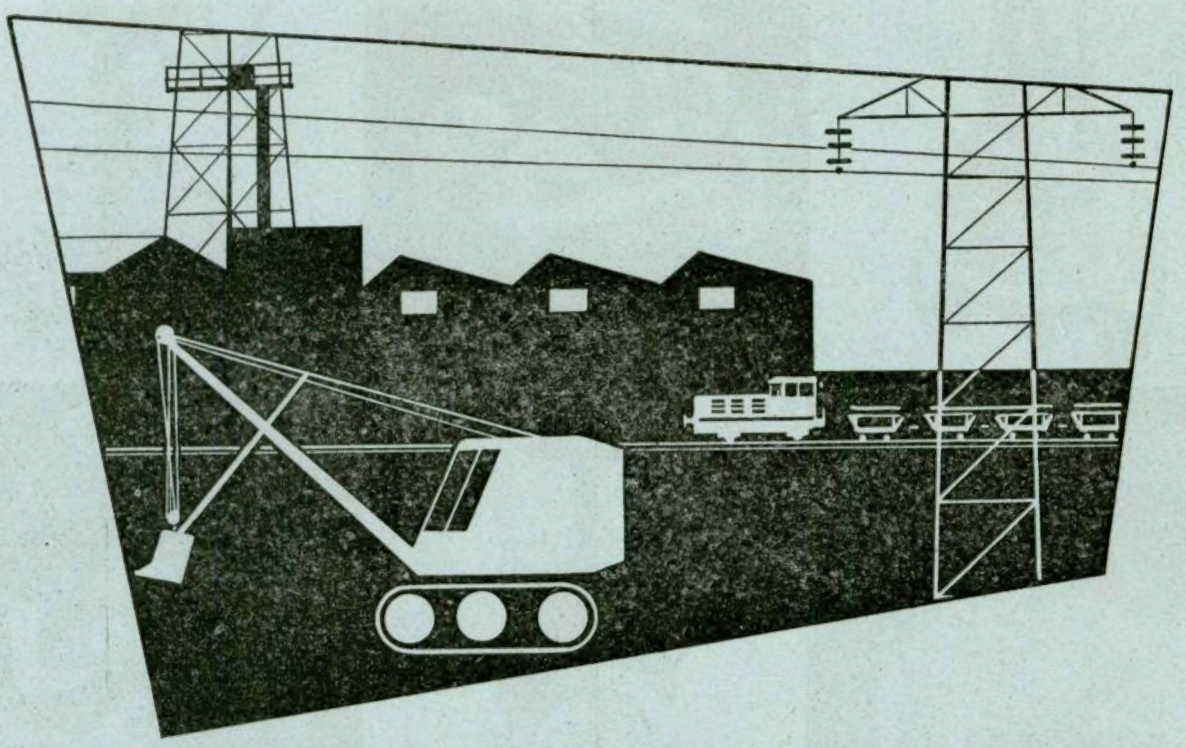
6
Válvula de membrana em borracha para todos os líquidos, em especial para os alcalis, ácidos e água. Temperaturas até 100 °C. Não tem empanque.

7
Válvula de cunha sem empanque PN 6, 10 e 16 atm. para água fria, água quente, vapor, ar comprimido, vazio e óleo, para temperaturas de serviço até 120 °C.

De Roll

Société des
Usines de Louis de Roll S.A.
Fábricas de Klus, Klus (Suiça)

Representantes em Portugal:
Socótel, Lda.
Rua Sá da Bandeira, 651-4°. Esq.
Porto — Telef. 27013



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS. ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS - ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° ✦ TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

IMPERMEABILISADOR

IMEPA

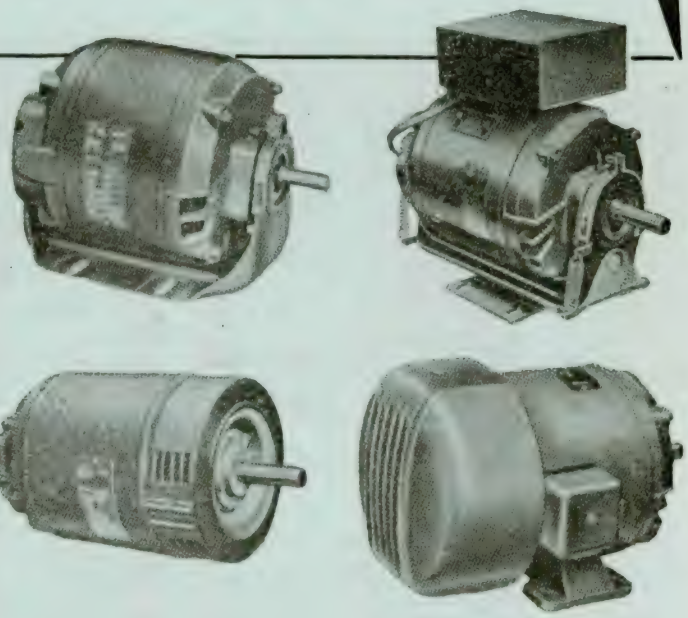
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° - LISBOA

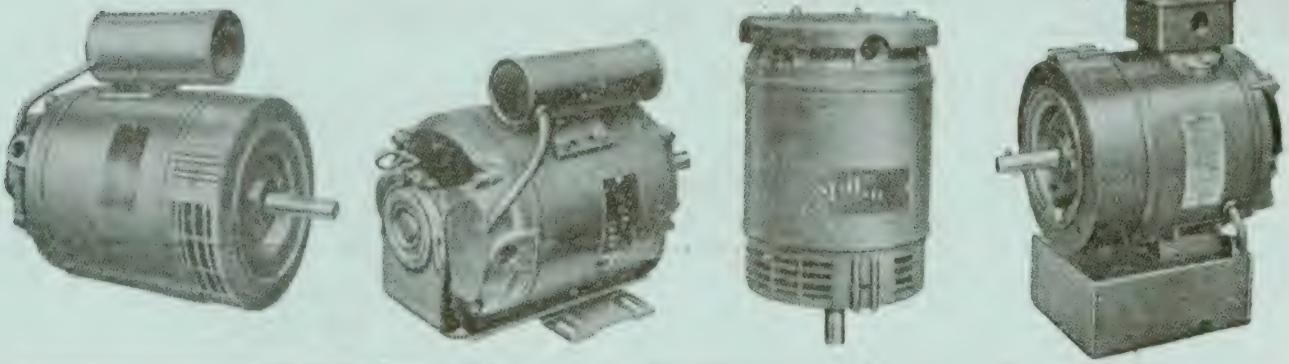
FÁBRICA EM SACAVÉM

'ENGLISH ELECTRIC'

MODELOS PARA TODAS AS APLICAÇÕES

Motores de 1/20 a 1 HP para corrente alternada, monofásicos ou trifásicos, e para corrente contínua, de construção protegida, blindada ou à prova de gotas





Motores de potência fraccionária

THE ENGLISH ELECTRIC COMPANY LIMITED, QUEENS HOUSE, KINGSWAY, LONDON, W.C.2

REPRESENTANTES

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS

MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA

MANILHAS PARA ESGOTOS

RUA D. ESTEFÂNIA, 42

TELEF. 47812-50129

LISBOA

TOR

AÇOS DE ALTA RESISTENCIA PARA BETÃO ARMADO

SABAL, L.da R. Joaquim Bonifácio, 2-1.º LISBOA • Telef. 48980

SONDAGENS RÓDIO, L.DA

LISBOA

RUA S. MAMEDE AO CALDAS, 22, 3.º

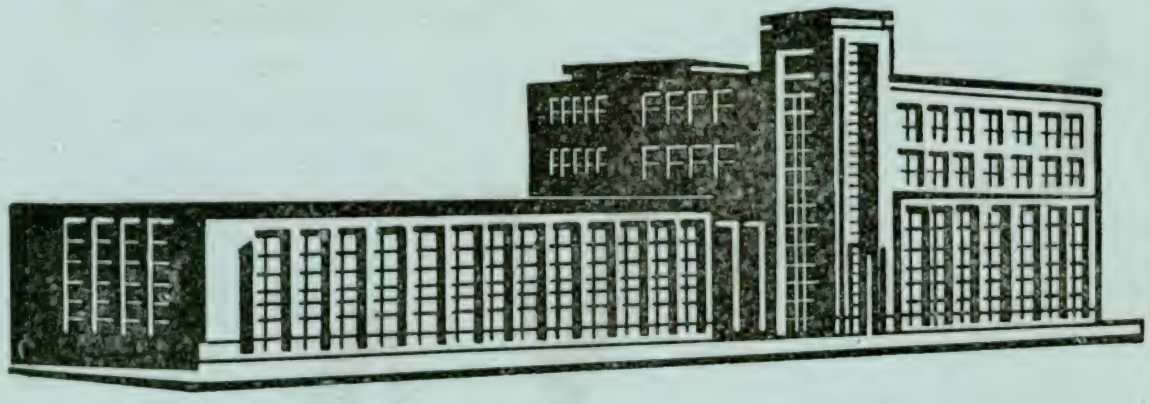
Telefones: 28685 - 26865 ✦ Telegramas: SETANSOL

RÓDIO

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
ESTACAS GUNITA
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS
CONGELAÇÃO DO TERRENO
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ABAIXAMENTO DO LENÇOL DE ÁGUA

—//—

Engenheiro Chefe: **Walter Weyermann**



Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

CEMPEXO

tinta hidrófuga e petrificante à base de cimento

A tinta que dura

Pintura ideal para paredes de prédios e outras estruturas.

Cores atraentes, fixas e duradouras.

Usa-se sôbre rebocos, tijolos, betão, fibrocemento, pedra natural, etc.

DANSK CEMENT CENTRAL

DISTRIBUIDORES EM PORTUGAL

HENRIQUES & CASTRO, Lda.

AVENIDA CONDE DE VALBOM, 96 LISBOA

TELEF. 77 50 57 - 77 50 58

"CIMENTOL 25"

o novo produto alemão ao serviço da **Construção Civil.**

O **«CIMENTOL 25»** aumenta as resistências dos betões à flexão e à compressão, quer aos 7 dias, quer aos 28 dias, em cerca de 10 % em média.

Usado na proporção de 25 c. c. por cada saco de 50 kg de cimento, obtém-se:

— diminuição da água de amassadura;
— aumento das resistências mecânicas do betão;
— boa trabalhidade;
— facilidade de moldagem, podendo o betão ser transportado por bombas, sem segregar;
— depois do betão endurecido, superfícies lisas.

O **«CIMENTOL 25»** foi ensaiado no Laboratório Nacional de Engenharia Civil, tendo-se verificado as propriedades mencionadas.

Fornecem-se amostras grátis

Representante em Portugal e Ultramar:

JORGE MILNE CARMO

Rua Frei Francisco Foreiro, 2 — 3.º D. — LISBOA Telefs. 4 32 81 e 4 48 61

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 2 0464 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA — S. A. R. L.

Candal — Gaia

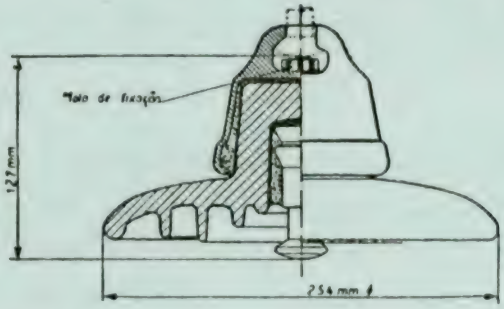
ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

Peso aproximado: 4,5 kg cada elemento



Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Sede — Largo Barão de Quintela, 3 - LISBOA

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLINICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57
Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84

Transportam todos os materiais com rendimento que vai de 100 a 425 ton./hora

Os transportadores portáteis Barber-Greene oferecem o meio mais eficiente e económico para o transporte de: Areia, Pedra, Carvão, Cinza, Cimento, Produtos químicos, Sacos e Caixas.

Todos os transportadores portáteis Barber-Greene são destinados a serem rebocados por viaturas rápidas.

Para informação detalhada dirija-se ao representante exclusivo.

Barber-Greene Overseas, Inc.
Barber-Greene Company, Aurora, Ill., U.S.A.

BG

Barber-Greene Olding & Co., Ltd., England
Barber-Greene Canada, Ltd., Canada

REPRESENTANTE EXCLUSIVO:

SMEIA

SOCIEDADE DE MECANIZAÇÃO INDUSIRIAL E AGRÍCOLA, S. A. R. L.

Avenida Padre Manuel da Nóbrega, 8
LISBOA

Ad No. 54-104A—P O.

LEACOCK (LISBOA), L.DA

AV. 24 DE JULHO, 16 — LISBOA

R. JOSÉ FALCÃO, 185 — PORTO

SECÇÃO DE MÁQUINAS E ELECTRICIDADE

REPRESENTANTES DE:

THE RAWLPLUG COMPANY, LTD.

Material de fixação para construção civil e mecânica.

HOOVER, LTD.

Motores eléctricos desde 1/8 até 3/4 H. P., Monofásicos e Trifásicos.

J. A. CRABTREE & CO. LTD.

Material para instalações de luz: interruptores, fichas, tomadas, etc.

Material para instalações de força: arrancadores, disjuntores, caixas, etc.

THE AUTOMATIC COIL WINDER AND ELECTRICAL EQUIPMENT CO, LTD.

Osciladores, capacímetros, texts universais, texts electrónicos, analisadores de válvulàs, luxímetros, expositores para fotografias.

Máquinas para bobinar e enfitar.

GEORGE KENT

Contadores de água, de vapor e de óleo.

Tubos Venturi

Determinadores e controladores do pH, do CO_2 e pirómetros pelo processo potenciométrico.

Combustiómetros, manómetros, registadores de distâncias, medidores-registadores de caudais, medidores de orifícios em condutas para gases.

THORN ELECTRICAL INDUSTRIES, LTD.

Luz fluorescente.

COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

PRODUTORA DE

FERRO GUSA

FERRO LIGAS

FERRO-MANGANÊS

SÍLICO-MANGANÊS

FERRO-SILÍCIOS

15 % - 25 % - 45 % - 75 % - 90 %

CARBONETO DE CÁLCIO

CIANAMIDA CÁLCICA

PASTA PARA ELÉCTRODOS

E EM MONTAGEM

GRAFITE

FÁBRICAS
CANAS DE SENHORIM
Telefone 67222

SEDE
Largo de S. Carlos, 4-2.º — LISBOA
Telefones 25343-29608-368989

TÉCNICA

DIRECTOR: ALEXANDRE CERVEIRA
ADMINISTRADOR: JORGE GONÇALVES CALADO
SECRETÁRIO: HENRIQUE TELLES ANTUNES

Ano XXXIV - N.º 296 Novembro de 1959

C. D. U. 378.017.922

Considerações acerca da formação dos Dirigentes

POR J. C. FERREIRA DE ALMEIDA

Vice-Presid. p/ as Relações Ext. da A. E. I. S. T.
Vice-Presid. europeu da F. I. A. N. E. I.

1.1

Encontramo-nos num mundo em convulsão, cheio de diferenças, de contradições, de antagonismos: países antigos e países novos, regiões desenvolvidas e outras atrasadas; conhecimentos científicos muito adiantados e multidões de iletrados; e dois blocos que se opõem. Mas, até mesmo por isso, vivemos uma situação que nos é comum, a todos: situação de transição, de crise geral. E, de certo modo, apresenta-se-nos um futuro também comum. Porque se, por um lado, se admite a existência duma relação entre o processo do desenvolvimento da crise e a evolução muito rápida dos conhecimentos científicos e tecnológicos, sabemos, por outro lado, que a civilização para a qual nos encaminhamos será uma civilização industrial, de alto nível técnico.

Com efeito, a época em que a Técnica era condenada como fonte das infelicidades do mundo moderno está já ultrapassada; hoje, qualquer que seja o tipo de estrutura económica e política que se prefira, sabemos que o progresso económico necessário para a obtenção de condições de vida mais humanas para o conjunto demográfico do globo não poderá ser conseguido sem a plena utilização — e o desenvolvimento — dos meios técnicos que a Ciência põe à nossa disposição.

Mas não se deve encarar a Técnica como um fim, sem o que cairemos no tecnicismo ou na tecnocracia. É necessário que as aplicações da Técnica sejam submetidas aos critérios de carácter econòmico, do mesmo modo que estes devem ser concebidos em função das exigências de carácter social.

Vastos sectores da população mundial vivem ainda em condições de pauperismo; além disso, mesmo nos países ditos desenvolvidos, põem-se com grande acuidade problemas sociais diversos e muito complexos. No entanto, sabemos hoje que a fome, a miséria ou a ignorância não são fatalidades inelutáveis. E já não se acredita que uma pretensa «ordem natural das coisas» seja suficiente para justificar desigualdades chocantes, não sòmente entre os habitantes dum país, mas ainda entre os diversos países do mundo.

Pode-se dizer que a tomada de consciência social é uma das características do mundo moderno.

1.2

O objectivo mais geral da acção dos dirigentes será, então, a melhoria das condições de vida das grandes massas de população.

Evidentemente, as necessidades a que eles terão de dar satisfação, as tarefas que eles deverão levar a cabo, variam muito segundo o escalão a que cada um deles pertença e os sectores que lhes digam respeito. Mas existe, mesmo assim, uma característica comum no trabalho de todos os dirigentes: cumprindo-lhes exercer funções de direcção, comando e organização todos têm de estudar problemas, elaborar planos e pô-los em execução.

Visto que a rapidez da evolução desejada, dependendo do acerto das soluções propostas e dos

caminhos escolhidos para as concretizar, está ligada ao grau e tipo de preparação dos quadros assim como ao seu número, o mundo deveria dispensar mais atenção ao problema da formação de dirigentes,

1.3

A extensão dos conhecimentos actuais, a diversificação de funções, o carácter extremamente complexo da civilização moderna, tornam necessária — embora não suficiente — a especialização como condição de trabalho em profundidade. O dirigente não escapa a esta lei: quer isto dizer que ele deve possuir os conhecimentos especializados exigidos pelos assuntos que mais directamente lhe dizem respeito.

Mas, mais do que para qualquer outro homem, este aspecto da sua formação não pode bastar ao dirigente.

Uma vez que a maior parte dos dirigentes não tem possibilidade de agir sobre o conjunto das instituições dum país, muita gente tem tendência para pensar que lhes é suficiente conhecer os problemas específicos dependentes dos serviços que lhes estão subordinados. No entanto, um estudo mais profundo sobre o papel dos dirigentes, tendo em conta a importância, já referida, dos factores económicos e sociais no estabelecimento de qualquer política geral, torna evidente a necessidade que eles têm duma formação que lhes permita apreender o jogo destes factores e, por consequência, a razão de ser dos programas ou planos gerais que daí resultam. Esta compreensão é essencial para que os dirigentes possam ser eficazes na parte da execução destes planos que lhes diga respeito, e para lhes permitir integrar os seus próprios planos de detalhe no conjunto das actividades nacionais. E é evidente que a importância da preparação em economia e todas as outras ciências sociais aumenta à medida que sobe o escalão no qual um dirigente desenvolve a sua actividade.

Mas a associação de conhecimentos técnicos especializados e económico-sociais é ainda insuficiente. A actividade dos dirigentes — e em particular as decisões que têm de tomar — relacionam-se (de forma tanto mais marcada quanto mais alto estiverem colocados) não sòmente com os conhecimentos que resultam da sua preparação de carácter científico, mas também com escolhas ou opções que implicam conceitos mais gerais, «princípios». Tal facto leva à consideração de questões ideológicas e, em consequência, ao problema da cultura.

Com efeito, a responsabilidade dos dirigentes na resolução dos problemas dos povos é demasiadamente grande para que se possa admitir que ela seja posta nas mãos de homens que não tenham aquela consciência de conjunto da vida e do mundo a que se chama cultura. E cultura actual — sem a elaboração pessoal, e a assimilação num todo coerente, dos diversos conhecimentos necessários a uma visão tão clara quanto possível do mundo moderno, os dirigentes serão tão incapazes de se conduzirem nele como homens do seu tempo, como de orientarem os destinos dos outros homens.

2.1

De tudo o que foi referido parece poder-se concluir que a formação dos dirigentes se caracteriza pela necessidade de integrar três espécies de elementos:

— formação especializada
— preparação económico-social
— e um fundo geral de cultura.

E, evidentemente, eles devem, também, desenvolver certas capacidades como as de decisão e comando.

Onde e como poderão eles adquirir esta formação complexa?

Antes de mais torna-se necessário dizer que ela exige uma grande parte de trabalho estrictamente pessoal e a experiência directa de funções de gestão ou de direcção.

Mas uma parte muito importante — a base, diremos — desta formação pode ser, deve ser mesmo, institucionalizada, sistematizada. O que quer dizer que são as Universidades que devem fornecê-la aos futuros dirigentes, visto que é às Universidades que compete, ao nível superior, a preparação profissional assim como a transmissão das diversas formas do «saber organizado».

2.2

Sendo a tendência mais generalizada nas Universidades, desde o século XIX até aos últimos anos, a de aumentar a especialização, não são, em geral, os conhecimentos especializados que fazem falta aos dirigentes. É sobretudo no que diz respeito à preparação económico-social e ao fundo geral de cultura que as dificuldades aparecem, pois é a estes aspectos que as Universidades têm dado menos atenção (salvo, evidentemente, nas Faculdades que deles se ocupam directamente).

O problema da cultura ao nível do ensino superior é uma questão grave, de vastas implicações, que excede as fronteiras do problema da formação de dirigentes. A especialização cada vez mais aumentada, tendo levado ao aparecimento daqueles o que Ortega y Gasset chama «os bárbaros do século XX» — homens que sabem muito duma coisa e nada de todo o resto — contribuiu para afastar os homens da nossa época daquela «formação integral» que parece ser condição necessária dum desenvolvimento harmonioso da personalidade humana. A querela especialização-cultura não está de modo algum resolvida; no entanto, algumas soluções interessantes têm sido propostas tais como a inclusão, nos programas de todas as Escolas Superiores, de cadeiras que possam dar a base geral necessária (chega-se mesmo a defender a criação de «Faculdades de Cultura» onde passariam todos os universitários quaisquer que fossem os seus estudos futuros) e de cadeiras de síntese, nos últimos anos dos cursos, em que se faria a integração dos elementos dispersos recebidos até aí.

2.3

Mas, se as matérias ensinadas são muito importantes, o tipo de ensino não o é menos É necessário que os futuros dirigentes possam desenvolver as suas qualidades de iniciativa, assim como adquirir métodos de trabalho eficazes e hábitos de disciplina mental. Torna-se necessário também que o ensino, adaptado às realidades, contribua para integrar o estudante na vida da sua nação; o que implica um ensino actual, que tenha sempre em linha de conta o facto de que «se insere num país e numa nação determinados, a um nível determinado de desenvolvimento social e de civilização comportando um certo conjunto de necessidades».

E, visto que as actividades circum-escolares fazem também parte da vida universitária, não devemos esquecer o papel que o trabalho nas organizações de estudantes pode ter na formação dos dirigentes. Através dele se ganha o hábito de trabalhar em equipa ou o de dispender um esforço desinteressado em prol de actividades cuja utilidade ultrapassa a escala do indivíduo — hábitos que tão necessários são e que nem todas as universidades fornecem. Mais: a necessidade de resolver os problemas levantados pela auto-gestão dos diversos organismos, assim como o esforço de interpretar os desejos e necessidades da população estudantil e de procurar dar-lhes satisfação, não sòmente podem ser uma fonte de experiência bastante útil e interessante, como podem ainda desenvolver o sentido da responsabilidade para com uma comunidade, essencial para os futuros dirigentes.

3.0

Postas as considerações anteriores, de carácter geral, em que se tentou relacionar a formação necessária aos dirigentes com alguns factores que dela parecem ser determinantes e referir algo sobre as possibilidades da sua obtenção, será agora a altura de focar — ainda que muito ao de leve já que o espaço mais não permitirá — alguns aspectos da realidade portuguesa que interessam ao assunto que tem vindo a ser tratado.

3.1

Portugal está atrazado em relação à grande maioria dos países europeus. As características da actual conjuntura económica, que nos classificam como país sub-desenvolvido, são já por demais conhecidas para que se torne necessário referi-las aqui. Quanto à situação sob o ponto de vista social, ela é menos conhecida mercê da menor divulgação dada, até agora, — em virtude de várias dificuldades — aos problemas que com ela mais directamente estão relacionados; bastará, no entanto, pensar na íntima correlação que existe entre os vários factores intervenientes em todo e qualquer

complexo económico-social, para com facilidade se compreender que à nossa situação econòmicamente deficiente não pode corresponder uma situação socialmente brilhante; e quem desejar conhecer concretamente alguns aspectos deste tipo de problemas poderá consultar com proveito os documentos relativos ao recente Congresso das Misericórdias ou o estudo elaborado pela Ordem dos Médicos sobre a assistência médica em Portugal.

A primeira conclusão que se pode tirar do conhecimento da presente situação é a de que é essencial modificá-la tão ràpidamente quanto possível. Para tal parece ser condição necessária (embora não suficiente, como é evidente) a existência de dirigentes bem preparados, capazes de promoverem, dentro dum prazo relativamente curto, essa transformação.

O problema que se põe então, é o de saber que possibilidades eles encontram, em Portugal, de obterem a sua formação.

Na maior parte dos países europeus a preparação de, pelo menos, uma fracção de dirigentes é ajudada pela actividade nas organizações de tipo sindical ou político. Em Portugal — e não nos cumpre discutir aqui as razões desse facto, uma vez que estão ligadas a factores que nada têm a ver com o problema da formação de dirigentes — possibilidades desse tipo são, ao que parece, diminutas. O que implica que, na maior parte dos casos, as vias abertas para a preparação de futuros dirigentes são a Universidade e o trabalho exclusivamente pessoal.

3.2

Constata-se, com efeito, que a quase totalidade dos dirigentes portugueses passaram pelas Universidades. Poder-se-á, no entanto, afirmar que as Universidades portuguesas dão aos dirigentes aquela base da sua formação que mais atrás, aquando das considerações gerais, se viu dever ser-lhes dada por este género de instituições? A nossa resposta — que pode parecer paradoxal, por comparação com a constatação anterior, sem no entanto o ser — é de que tal afirmação não seria, talvez, verdadeira. Apesar das reformas introduzidas, nos últimos anos, nos programas das Escolas Superiores, muitas das condições necessárias à formação dos dirigentes, anteriormente mencionadas, faltam ainda às Universidades portuguesas (por exemplo: não temos Escolas de estudos políticos ou sociais). As Universidades em Portugal preparam, talvez, bons técnicos, bons profissionais, mas não bons dirigentes. O que tem como consequência que os dirigentes, ex-universitários, vêm a poder sê-lo, na maior parte dos casos, não pela formação recebida na Universidade, mas sim por um acréscimo dos seus conhecimentos e experiência obtido através dum trabalho quase exclusivamente individual.

Assim, as pessoas preparadas para as funções de direcção são relativamente pouco numerosas. E — o que é mais grave — a falta duma formação de base, comum a todos os dirigentes, assim como a consequente diversidade de caminhos seguidos para a substituir, são causa de muitas incompreensões mútuas, muitos conflitos desnecessários, em virtude da dificuldade de pôr em equação os problemas duma forma acessível a todos, e que para todos tenha o mesmo significado.

4.0

Do que foi exposto não se segue necessàriamente uma conclusão pessimista cujo carácter negativo em nada contribuiria para a solução das dificuldades referidas. O que importa é reconhecer os erros ou deficiências e trabalhar no sentido da sua eliminação. E as novas gerações têm nisso um papel a desempenhar.

Censura-se-lhes muitas vezes a apatia, a falta de interesse pelas coisas públicas. Se apenas se tiverem em conta os sinais exteriores que os novos apresentam, aquela crítica parecerá válida em relação a uma parte — infelizmente nada pequena — da juventude actual; mas é conveniente perguntarmo-nos também que possibilidades foram dadas a essa juventude de ser diferente — ou de mostrar que o é. Porque nos parece que, apesar de tudo, a juventude mantém — num estado que, conforme o caso de cada um, será mais ou menos embrionário, mais ou menos consciente — um potencial de entusiasmo e de dedicação que apenas espera oportunidades de se revelar.

Nesse potencial, porque nessa juventude, devem estar as nossas esperanças dum futuro de progresso para a Nação.

MAGUE

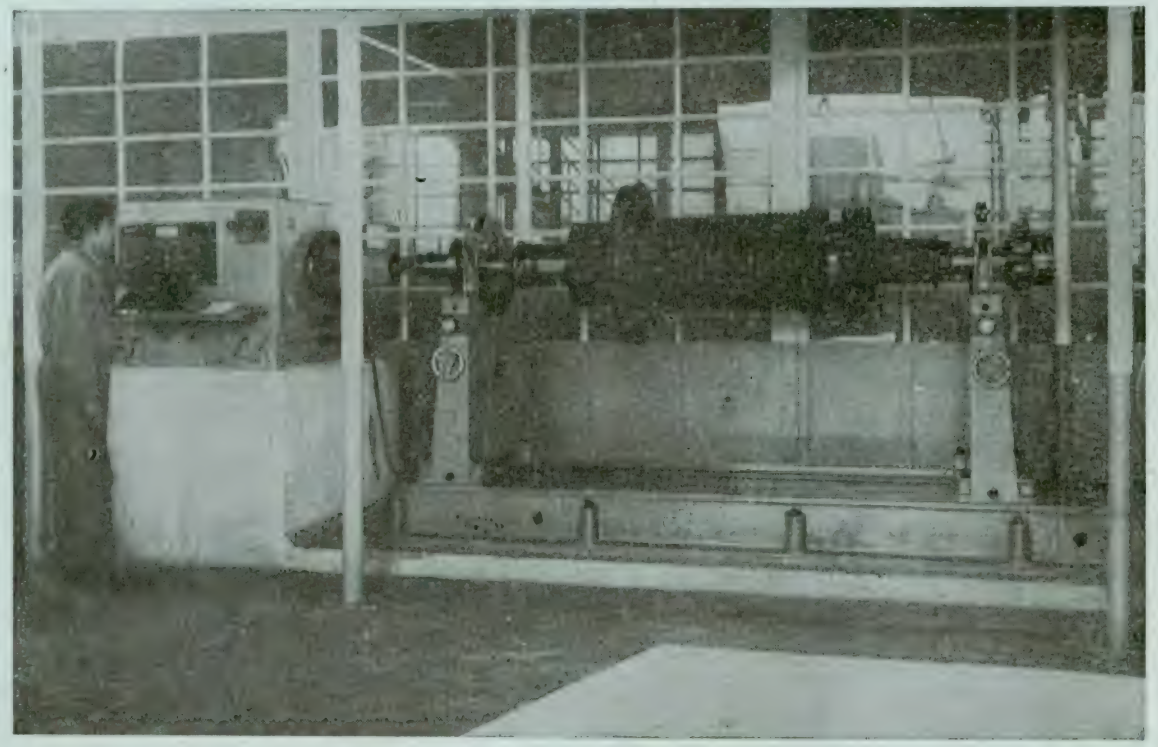
CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA
(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)
Alverca — Portugal

Pórtico rolante eléctrico de 16 t, 19 m de vão, em funcionamento na estação de bombagem da Central Térmica da E. T. P.

PROJECTO E FABRICO DE
PONTES ROLANTES
GUINDASTES
GRUAS, DERRICKS E GUINCHOS
APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS
CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS

A COMPANHIA UNIÃO FABRIL

põe à disposição dos seus clientes no Estaleiro Naval:



— Uma oficina de Ensaios e Reparação Diesel

— Uma máquina electrodinâmica de equilibragem para rotores de 30 a 3000 Kgs. — 2 M. de diâmetro máximo — 3,420 m. entre apoios.

ROCHA DO CONDE DE ÓBIDOS

LISBOA

Telef. 66 21 48

C. D. U. 539.3:518.5

Sistemas Elásticos de *n* Graus de Liberdade

PELO ENG.º MECÂNICO (I. S. T.) ANTÓNIO GOUVÊA PORTELA
Prof. do I. S. T.

Introdução

A resolução de sistemas elásticos e viscosos sujeitas a forças exteriores e deslocamentos impostos foi problema que sempre mereceu a maior atenção por parte dos engenheiros.

A dificuldade residia sobretudo no elevado número de operações numéricas necessário à sua resolução o que tornava impraticável o método exacto a partir da ordem 6.

Desenvolveu-se, por isso, toda uma série de métodos aproximados que envolviam sempre simplificações quer do modelo físico quer das operações numéricas a realizar.

Entretanto, dá-se o advento dos calculadores electrónicos e é mister repensar o problema à luz destes novos meios de cálculo.

É nessa intenção que se apresenta uma aplicação do cálculo matricial à resolução do problema onde se cuidou especialmente das forças de atrito viscoso, que são, em geral, sacrificadas nos modelos físicos aproximados pelas dificuldades de cálculo numérico inerentes.

Nesta aplicação admitem-se não só força de atrito em relação ao referencial mas também o atrito dentro do próprio sistema.

Sob o ponto de vista formal considera-se a posição do sistema definida por um tensor de 1.ª ordem x num espaço a n dimensões e estabelece-se por meio duma matriz rectangular a ligação de x no espaço ε_n com as forças aplicadas e deslocamentos impostos descritos num espaço ε'_{n+m}. /ε'

Tanto o espaço ε_n como ε'_{n+m} são afins (não métricos).

A) Equações diferenciais definidoras do movimento

A 1) Preposição do Problema

Seja dado um sistema S caracterizado por n parâmetros x^i.

A este sistema S aplicam-se n forças sendo $-f_i$ (1) a força segundo x^i, também a este sistema se ligam m deslocamentos y^e que estão correlacionados elástica e viscosamente aos parâmetros x^i.

O Modelo físico admite a hipótese que entre o espaço $(-f_i, y^e)$ de $n+m$ dimensões e o espaço x^i de n dimensões existe uma relação matricial da forma seguinte:

$$
\begin{array}{c|ccc|ccc|}
 & -f_1 & -f_2 \cdots\cdots & -f_n & y^1 & y^2 \cdots\cdots & y^m \\
x_1 & \alpha^{11} & \alpha^{12} & \alpha^{1n} & \beta^1_1 & \beta^1_2 & \beta^1_m \\
x_2 & \alpha^{21} & \alpha^{22} & \alpha^{2n} & \beta^2_1 & \beta^2_2 & \beta^2_m \\
\vdots & & \boxed{M\,\alpha_{n,\,m}} & & & \boxed{M\,\beta_{n,\,m}} & \\
x_n & \alpha^{n1} & \alpha^{n2} & \alpha^{nn} & \beta^n_1 & \beta^n_2 & \beta^n_m
\end{array}
\equiv M_{n,\,(n+m)}
$$

/n /m

Admite-se ainda que todos os α^{ik} e β^i_e são constantes para um dado modelo.

A matriz $\underset{n,\,(n+m)}{M}$ será, em geral, rectangular.

Designaremos por *coeficientes de influência* aos α^{ik} e β^i_e

(1) O sinal (—) é arbitrário e tem apenas por objectivo dar à formula final um aspecto que a torna semelhante às fórmulas similares encontradas na literatura para sistemas mais simples.

As unidades de medida são diferentes contudo:

$$\alpha^{ik} = \frac{x^i}{-f_k} \simeq \frac{cm}{d_{yn}} \text{ ou } \frac{0^\circ \text{ (ângulo)}}{d_{yn} \times cm} \qquad \text{por exemplo}$$

$$\beta^i_e = \frac{y^e}{x^i} = \frac{cm}{cm} \text{ ou } \frac{cm}{0^\circ \text{ (ângulo)}} \qquad \text{por exemplo}$$

Partindo a matriz $\underset{n,\,(n+m)}{M}$ em duas $\underset{n,\,n}{M_\alpha}$ e $\underset{n,\,m}{M_\beta}$

Poderá expressar-se a relação entre (f e y) e x da seguinte forma evidente:

$$\underset{n,\,1}{[x^i]} = \underset{n,\,n}{M_\alpha} \,.\, \underset{n,\,1}{[-f_k]} + \underset{n,\,m}{M_\beta} \,.\, \underset{m,\,1}{[y^e]}$$

ou na Simbologia de Bodewig:

$$x = -\, M_\alpha \,.\, f + M_\beta \,.\, y \tag{1}$$

Dum modo geral M_α admite o seu inverso M_α^{-1} e a expressão anterior (1) poderá escrever-se ainda

$$M_\alpha^{-1} \quad x = M_\alpha^{-1} \,.\, M_\alpha \,.\, (-f) + M_\alpha^{-1} \,.\, M_\beta \,.\, y$$

$$M_\alpha^{-1} \,.\, x = -f + M_\alpha^{-1} \,.\, M_\beta \,.\, y \tag{2}$$

A expressão (2) constitui uma aplicação do «método dos coeficientes de influência» mas descrita em simbologia matricial.

A 2) **Avaliação das forças — f :**

Convirá agora estudar a natureza das forças $(-f_i)$.

A força $-f_i$ vai resultar da soma de *forças de inércia* $({}_mf_i)$ forças de *atrito viscoso* $(R_{ik}$ e $r_{ie})$, de *forças aplicadas exteriores* ao sistema $({}_ef_i)$ e de *deslocamentos* (y_e).

a) *Forças de inércia*

Para estas forças admite-se a relação formal seguinte:

$$_mf_i = m_{ii} \; D^2 \; x_i \qquad \text{sendo} \quad D^2 = \frac{d^2}{dt^2}$$

Sendo m_{ii} um coeficiente com a natureza de uma massa se x^i for uma distância ou de um momento de inércia se x^i for um ângulo.

A matriz M conforme indicado abaixo

$$\begin{array}{c|cccc|}
 & x^1 & x^2 & \cdots\cdots & x^n \\
{}_mf_1 & m_{11} & 0 & & 0 \\
{}_mf_2 & 0 & m_{22} & & 0 \\
\vdots & & & & \\
{}_mf_n & 0 & & & m_{nn}
\end{array} = \underset{(n,\,n)}{M}$$

permitirá escrever:

$$[\,{}_m f_i\,] = M \,.\, D^2\,[\,x_i\,]$$

$$\text{ou} \quad \boxed{{}_m f = M \,.\, D^2\, x} \qquad (3)$$

b) *Forças do tipo R_{ik}*

Consideremos a matriz de Base R_o com a seguinte forma

$$\begin{array}{c|ccc|c} & x^1 & x^2 \;\cdots\cdots & x_n & \\ \begin{array}{c} x^1 \\ x^2 \\ \vdots \\ x^n \end{array} & \begin{array}{c} R_{11} \\ R_{21} \\ \\ R_{n1} \end{array} & \begin{array}{c} R_{12} \\ R_{22} \\ \\ R_{n2} \end{array} & \begin{array}{c} R_{1n} \\ R_{2n} \\ \\ R_{nn} \end{array} & \equiv R_o \end{array}$$

Segnificando R_{ik} a constante de atrito que liga a força de atrito realizada em x^i em consequência do movimento relativo de x^k.

Admitiremos, no modelo físico em estudo, que se verifica a relação seguinte:

$${}_R f_i = \sum_k R_{ik}\, D\,(x^i - x^k) = (\sum_k R_{ik}) \times D\, x^i - \sum_k R_{ik}\, D\, x^k$$

Se designarmos por:

$$R_a \equiv \begin{vmatrix} \sum_k R_{1n} & 0 & 0 \\ 0 & \sum_k R_{2k} & 0 \\ 0 & & \sum_k R_{nk} \end{vmatrix}$$

será em simbologia matricial:

$$[\,{}_R f_i\,] = R_a\, D\,[\,x^i\,] - R_o\, D\,[\,x^i\,]$$

Designando por $R = R_a - R_o$ com a forma:

$$\text{Bodewig} \quad \begin{vmatrix} \left(\sum_k R_{1k}\right) - R_{11} & - R_{12} & - R_{1n} \\ - R_{21} & \left(\sum_k R_{2k}\right) - R_{22} & - R_{2n} \\ - R_{n1} & - R_{n2} & \sum_k R_{nk} - R_{nn} \end{vmatrix} \equiv R = R_a - R_o$$

Será:

$$[\,{}_R f_i\,] = R\, D\,[\,x^i\,]$$

e, em símbolos de Bodewig,

$$\boxed{{}_R f = R \,.\, D \,.\, x} \qquad (4)$$

b2) *Forças do tipo r_{ie}*

Consideremos de novo uma matriz r_o de Base com a forma seguinte:

$$\begin{array}{c|ccc|c} & y^1 & y^2 \cdots\cdots & y^m & \\ x_1 & r_{11} & r_{12} & r_{1m} & \\ x_2 & r_{21} & r_{22} & r_{2m} & \\ \vdots & & & & = r_o \\ x_n & r_{n1} & r_{n2} & r_{nm} & \end{array}$$

Dum modo semelhante significará r_{ie} a constante de atrito que liga a força de atrito realizada em x^i em consequência do movimento relativo de y^e.

Admitimos que no modelo físico se verifica a relação:

$$_rf_i = \sum_e r_{ie}\, D\,(x^i - y^e) = \left(\sum_e r_{ie}\right) D\, x^i - \sum_e r_{ie}\, D\, y^e$$

A matriz rectangular $\underset{n,\,(n+m)}{r}$ permitirá uma descrição completa das forças $_rf$.

$$\begin{array}{c|ccc|ccc|} & x^1 & x^2 \cdots\cdots & x^n & y^1 \cdots\cdots & & y^m \\ x^1 & \sum_e r_{1e} & 0 & 0 & -r_{11} & & -r_{1m} \\ x^2 & 0 & \sum_e r_{2e} & 0 & -r_{21} & & -r_{2m} \\ \vdots & & \boxed{\underset{(n,\,n)}{r_a}} & & & \boxed{\underset{(n,m)}{r_b = -r_o}} & \\ x^n & 0 & & \sum_e r_{ne} & -r_{n1} & & -r_{nm} \end{array} = r$$

Donde $r = r_a + r_b$ e ainda:

$$\boxed{_rf = r_a \,.\, Dx + r_b \,.\, Dy = r_a \,.\, Dx - r_o \,.\, Dy} \qquad (5)$$

Resumindo, as forças de atrito viscoso são:

$$_Rf + {}_rf = R\,D_x + r_a D_x - r_o Dy$$

$$\boxed{_Rf + {}_rf = (R + r_a)\, D\, x - r_o Dy} \qquad (6)$$

3 — *Forças aplicadas exteriores* $-{}_ef_i$

o conjunto destas forças constituirá um vector da forma

$$(1)\ \boxed{[-{}_ef_i] = -{}_ef} \qquad (7)$$

(1) O sinal (—) não tem qualquer significado e destina-se a dar ao formulário um aspecto geral que coincida com o formulário simplificado referido na literatura.

A 3) **Equações do movimento:**

Expressão geral que define o estado de movimento do sistema.
A expressão (2) diz-nos que:

$$M_\alpha^{-1} \cdot x = - f + M_\alpha^{-1} \cdot M_\beta \cdot y$$

mas

$$f = {}_m f + {}_R f + {}_r f - {}_e f$$

mas atendendo a 3, 4, 5 e 6 . será.

$$f = M \cdot D^2 x + (R + r_a) D x - r_o Dy - {}_e f \tag{8}$$

Substituindo (8) vemos, depois arrumados os termos, por outra ordem:

$$M \cdot D^2 x + (R + r_a) D x + M_\alpha^{-1} x = M_\alpha^{-1} M_\beta \cdot y + r_o Dy + {}_e f \tag{9}$$

Esta expressão em linguagem matricial é formalmente muito semelhante à empregada para resolver o problema equivalente para 1 grau de liberdade.

$$m D^2 x + R D x + K x = K y + R D y + {}_e f$$

O confronto faz-se para mostrar o desenvolvido *conteúdo* da simbologia matricial.
Descrita a equação dinâmica do sistema S terá interesse em resolver dois problemas fundamentais.

— Calcular as frequências próprias do sistema.
— Calcular um integral particular para um dado sistema de forças aplicadas.

B) Frequências Próprias do Sistema

Na determinação das frequências proprias do sistema há que impor a condição que o sistema está livre e então será:

$${}_e f = 0 \qquad y = 0$$

Donde se conclui que

$$Dy = 0$$

A equação (9) reduz-se a:

$$M D^2 x + (R + r_a) D x + M_\alpha^{-1} x = 0 \tag{10}$$

O Método a empregar seguirá a via clássica.
Façamos

$$x^i = a_i e^{pt}$$

Sendo: $p = c + d j$ a frequência complexa a determinar, a_i uma constante paramétrica.
Será então

$$Dx_i = p \cdot e^{pt} \cdot a_i$$

$$D^2 x_i = p^2 e^{pt} \cdot a_i$$

Substituindo em (10) e recordando que e^{pt} e p são escalares
Teremos

$$e^{pt} \{ p^2 M [a_i] + p (R + r_a) [a_i] + M_\alpha^{-1} [a_i] \} = 0$$

e como este sistema terá de ser satisfeito qualquer que seja t, será:

$$\{ p^2 M + p\,(R + r_a) + M_\alpha^{-1} \} \,.\, [a_i] = 0$$

ou finalmente

$$p^2 M + p\,(R + r_a) + M_\alpha^{-1} = 0 \qquad (11)$$

A anulação da equação matricial (10) fornecerá uma equação em p de ordem $2 \times n$ cujos $2n$ e raízes (reais ou imaginarias) permitem interpretar o problema.

Assim:

B_1) Se $p_k = a_k \pm b_k\, j$ sendo a_k e b_k *reais*

Significará que haverá um *frequência própria* b_k, amortecida se a_k for *negativo* (como sucede com o atrito viscoso) ou ressonante se a_k for *positivo* (como sucede se alguns dos R ou r não for um atrito viscoso).

B_2) Se $p_k = a_k \pm b_k$ sendo a_k e b_k *reais*

Significa que o sistema não *vibra* para esse valor de p, e terá um movimento *divergente* ou *convergente* conforme p_k for positivo ou negativo. Se R e r resultarem de atrito viscoso será $a_k + b_k \leqslant 0$.

B_3) Se $p_k = a_k$ sendo a_k real a raiz é múltipla (sem vibração).

B_4) Se $p_k = (a_k \pm b_k\, i)^p$ a raiz é múltipla e complexa p vezes, etc., etc.

C) Integral particular para o sistema sujeito a forças aplicadas e deslocamentos forçados

O problema terá tantas soluções quantos os esquemas de forças aplicadas e ou deslocamentos forçados.

Porém, sendo aditivos os efeitos resultantes dessa aplicação de forças ou deslocamentos e sendo ainda possível o desenvolvimento em série de Fourier de uma função periódica, bastará estudar os movimentos do sistema pela aplicação simultânea de um sistema de forças ${}_ef_i$ e de deslocamento y_e que gozem da propriedade de serem harmónicas e da mesma frequência.

Seja então

$${}_ef_i = g_i\, e^{st} \qquad \text{sendo: } g\,i \text{ a amplitude de } {}_ef_i$$

$$y^e = h_e\, e^{st} \qquad h\,e \text{ a } \quad » \quad \text{de } y^e$$

Será ainda $\quad D\,y^e = s \,.\, h_e \,.\, e^{st} \qquad s$ imaginário

O integral particular será de forma:

$$x^i = a_i\, e^{st} \qquad \text{Desde} \qquad D\,x^i = s \,.\, e^{st} \,.\, a_i$$

$$D^2 x^i = s^2 \,.\, e^{st} \,.\, a_i$$

Substituindo, ${}_ef_i$, y^e, $D\,y^e$, x^i, $D\,x^i$, $D^2 x^i$ na equação geral do movimento (9). Teremos:

$$e^{st} \left\{ (s^2 \,.\, M + s \,.\, (R + r_a) + M_\alpha^{-1}) \times [a_i] \right\} = \left\{ (M_\alpha^{-1} \,.\, M_\beta + r_o \,.\, s) \,.\, [h_e] + [g_i] \right\} e^{st}$$

e como esta expressão terá de ser válida qualquer que seja t, será:

$$[a_i] = \left\{ s^2 M + s\,(R + r_a) + M_\alpha^{-1} \right\}^{-1} \cdot \left\{ (M_\alpha^{-1} M_\beta + r_o\, S)\, [h_e] + [g_i] \right\}$$

e o movimento será dado por $[x^i] = \underset{\text{escalar}}{\underset{\sim}{e^{st}}} \,.\, [a^i]$. (1)

(1) O movimento será dado pela componente real de $[\,x^i\,]$.

Como as matrizes M, R, r_a r_o, M_α^{-1}, são calculáveis a partir das características do sistema e s, $[h_e]$ e $[g_i]$ são dados pelas características das forças aplicadas e deslocamentos forçados, é possível calcular $[a_j]$ e dai $[x^i]$.

D) **Resumo das Operações de Cálculo numérico:**

O método envolve o conhecimento de um certo número de dados a respeito do sistema . e eles são . 5 matrizes :

1) *Dados do sistema*

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x^1 & \cdots\cdots & x^n \end{array} \\ \text{1.3) A Matriz } \underset{n,\,n}{M^\alpha} = & \left|\begin{array}{ccc} \alpha_{11} & & \alpha_{1n} \\ & & \\ \alpha_{n1} & & \alpha_{n,n} \end{array}\right| \begin{array}{c} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} y^1 & \cdots\cdots & y^n \end{array} \\ \text{1.2) A Matriz } \underset{n,\,m}{M\beta} = & \left|\begin{array}{ccc} \beta_1^1 & & \beta_m^1 \\ & & \\ \beta_1^n & & \beta_m^n \end{array}\right| \begin{array}{c} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x^1 & \cdots\cdots & x^n \end{array} \\ \text{1.3) A Matriz } \underset{n,\,n}{R_o} = & \left|\begin{array}{ccc} R_{11} & & R_{1n} \\ & & \\ R_{n1} & & R_{nn} \end{array}\right| \begin{array}{c} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} y^1 & \cdots\cdots & y^m \end{array} \\ \text{1.4) A Matriz } \underset{n,\,m}{r_o} = & \left|\begin{array}{ccc} r_{11} & & r_{1m} \\ & & \\ r_{n1} & & r_{n,m} \end{array}\right| \begin{array}{c} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x^1 & \cdots\cdots & x^n \end{array} \\ \text{1.5) A Matriz } M = & \left|\begin{array}{ccc} m_{11} & & 0 \\ & & \\ 0 & & m_{nn} \end{array}\right| \begin{array}{c} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{array} \end{array}$$

2) A partir destes dados é necessário proceder a um certo número de operações, essencialmente 4 operações a saber.

2.1) Inverter a matriz M_α para obter a matriz M_α^{-1}

2.2) Obter n somatórios de forma geral $\sum_k R_{ik}$, para formar a matriz R_a.

$$R_a = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x^1 & \cdots\cdots\cdots\cdots \; x^n \end{array} \\ \left| \begin{array}{cc} \sum_k R_{ik} & 0 \\ & \\ 0 & \sum_k R_{nk} \end{array} \right| \end{array} \begin{array}{c} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{array}$$

2.3) Obter n somatórios de forma geral $\sum_e r_{ie}$, para formar a matriz r_a

$$r_a = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x^1 & \cdots\cdots\cdots\cdots \; x^n \end{array} \\ \left| \begin{array}{cc} \sum_e r_{ie} & 0 \\ & \\ 0 & \sum_e r_{ne} \end{array} \right| \end{array} \begin{array}{c} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{array}$$

2.3) Somar as matrizes R_o, R_a e r_a para obter

$$R + r_a = R_a - R_o + r_a$$

Nestas condições é possível escrever a expressão referida em 9)

$$M\, D^2 x + (R + r_a)\, D x + M_\alpha^{-1}\, x = M_\alpha^{-1}\, M_B\, y + D\, y + {}_e f$$

3) Para resolver o problema referido em B), isto é, determinar as frequências próprias do sistema é necessário ainda proceder às seguintes operações:

3.1) Multiplicar a matriz M pelo escalar p^2.

Como p é um número complexo da forma $a + bj$ tudo se passa como se tratasse de dois produtos um $(a^2 - b^2)$ e outro $2ab$.

3.2) Multiplicar a matriz $(R + r_a)$ pelo escalar p igualmente haverá que efectuar o dobro das operações por p ser complexo.

3,3) Resolver o determinante Δ formado a partir da equação:

$$\Delta = p^2\, M + p\, (R + r_a) + M_\alpha^{-1} = 0$$

Este determinante é de ordem n mas em virtude dos elementos serem complexos haverá que proceder ao dobro das operações numéricas.

Com efeito $\Delta = \Delta_a + \Delta_b\, i$ e será necessário que simultâneamente seja $\begin{cases} \Delta_a = 0 \\ \Delta_b = 0 \end{cases}$

3,4) Finalmente haverá que procurar as raízes das equações de ordem $2 \times n$ e discutir os resultados.

4) Para resolver o problema referido em *B*, tendo já sido efectuadas as operações 2, isto é, procurar o integral particular para um dado sistema de forças e deslocamentos será necessário:

4,1) Repetir as operações 3,1 e 3,2, porém neste caso haverá metade das operações numéricas a realizar porque s é um imaginário puro.

4,2) Inverter a matriz $(s^2 M + s (R + r_a) + M_\alpha^{-1})$ esta matriz tem a ordem n.

4,3) Multiplicar $M_\alpha^{-1} \times M_\beta$.

4,4) Multiplicar r_o, Matriz (n, m) pela escalar s.

4,5) Somar $(M_\alpha^{-1} . M_\beta + s . r_o)$.

4,6) Multiplicar $(M_\alpha^{-1} . M_\beta + s\, r_o) \times [h_e]$.

4,7) Somar $(M_\alpha^{-1} . M_\beta + s\, r_o) . [h_e] + [g_i]$.

4,8) Multiplicar a matriz obtida em 4,7) que aliás é um vector, pela matriz $(s^2 M + s (R + R_a) + M_\alpha^{-1})^{-1}$ para obter o vector $[a^i]$.

4,9) Multiplicar o vector $[a_i]$ pelo escalar e^s para obter o vector $[x^i]$.

* * *

Em resumo da alínea D) pode dizer-se que o número de operações numéricas a realizar, se n e m forem elevados, é tal que só por intermédio de calculadores electrónicos será possível abordar ùtilmente o problema.

Mas, hoje, estando esses meios mecânicos de cálculo ao alcance de quase todos os países já se não justificam os métodos aproximados usados até aqui.

E) Energia do movimento

Tem interesse, por último, calcular a energia posta em jogo no movimento e correlacionar com o trabalho das forças exteriores.

A linguagem matricial é particularmente cómoda.

A expressão (9) pode escrever-se

$$M\, D^2 x + M_\alpha^{-1}\, x = -(R + r_\alpha)\, Dx + M_\alpha^{-1}\, M_\beta\, y + r_o\, Dy + {}_e f$$

Internando todos os termos por D_x poderá escrever-se

$$M\, D^2 x . Dx + M_\alpha^{-1} x . Dx = \left(-(R + r_a)\, Dx + M_\alpha^{-1}\, M_\beta\, y + r_o\, Dy + {}_e f\right) . Dx$$

Integrando a expressão acima em ordem ao tempo e recordando que:

$$M\,,\ M_\alpha^{-1}\,,\ R_a + r_a \qquad \text{são constantes}$$

$$D^2 x . D x = \sum_{i=1}^{n} D^2 x^i + Dx^i \qquad \text{é um escalar}$$

$$x . D x = \sum_{i=1}^{n} x^i . D x^i \qquad \text{é igualmente um escalar}$$

$$\int_{to}^{t1} D^2 x . D x\, dt = \sum_{i=1}^{n} \int_{to}^{t1} D^2 x^i . Dx^i\, dt = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \left\{ (Dx^i)^2 \right\}_{to}^{t1}$$

$$\int_{to}^{t1} x . D x\, dt = \sum_{i=1}^{n} \int_{to}^{t1} x_i . D x^i\, dt = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \left\{ (x^i)^2 \right\}_{to}^{t1}$$

Finalmente que todas as parcelas do parêntise do 2.° membro têm a natureza de uma força, e o seu produto por Dx, significa uma potência e o respectivo integral no tempo um *trabalho*.

Teremos

$$\underbrace{\frac{1}{2} M \cdot \sum_{i=1}^{n} \left((Dx^i)^2 \right)_{to}^{tl}}_{\text{Energia cinética do sistema}} + \underbrace{\frac{1}{2} M_{\alpha}^{-1} \sum_{i=1}^{n} \left((x^i)^2 \right)_{to}^{tl}}_{\text{Energia de posição}} =$$

$$= \underbrace{\int_{to}^{tl} \left\{ (R + r_a) \cdot (D x)^2 + r_o D y \right\} \cdot D_x \cdot dt}_{\text{Trabalho de atrito externo e interno}} + \underbrace{\int_{to}^{tl} \left(M_{\alpha}^{-1} M_{\beta} \, y + ef \right) D_x \cdot dt}_{\text{Trabalho das forças externas e deslocamentos externos elásticos}}$$

Terminada a exposição do método, em artigos seguintes serão apresentados alguns problemas resolvidos por meio do formulário atrás deduzido.

Comércio Exportador de Equipamento Fabril e Instalações Completas

Varsóvia, Mokotowska 49, Poland

P. O. Box 112

Planos e fornecimentos

Baixa e alta voltagem até 220 KV

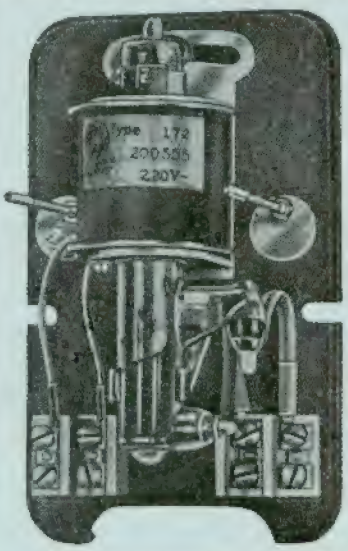
Empresa de Fundações Capblanch, L.da

Fundações Especiais
Estacas a ar comprimido
(por processo patenteado)
Sondagens e Injecções

Estacas na fundação de um pilar de ponte

Rua do Alecrim, 38-2.º Telef. 21 265
LISBOA — 2

RELÉS DE MERCÚRIO «ECO» EBERLE & Cº



Relés de comando
Relés temporizados
Relés de impulso
Relés electrónicos
Termostatos
Ampolas de mercúrio
etc.

Representantes em Portugal:

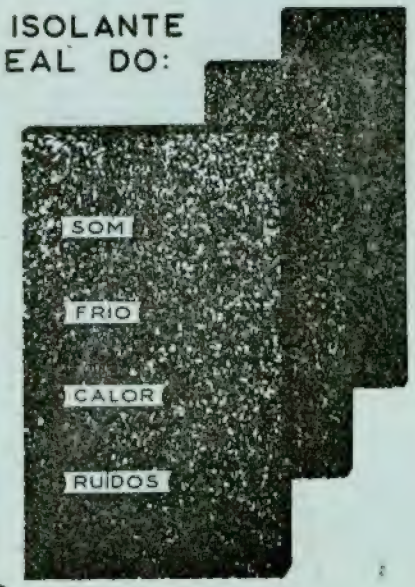
AZEVEDO & PESSI, LDA.

Projectos de Electricidade e Máquinas
Instalações Eléctricas em B. T. e A. T.

Rua Nova do Almada, 46
Telefone 2 03 54

AGLOMERADOS NEGROS DE CORTIÇA

O ISOLANTE IDEAL DO:



NUM ISOLAMENTO IMPROVISADO QUALQUER MATERIAL SERVE.. MAS PARA UMA CONSTRUÇÃO DE LONGA VIDA, SEJA QUAL FOR O SEU FIM, O BOM SENSO, EXIGE O EMPREGO DE AGLOMERADO NEGRO DE CORTIÇA MATERIAL ESTÁVEL E DE DURAÇÃO GARANTIDA

Isola

SOCIEDADE COMERCIAL DE ISOLAMENTOS DE CORTIÇA, LDA.

Av. Antonio Augusto de Aguiar, 17 - Lisboa
Tel. - 47824

C. D. U. 622.75.001

A PREVISÃO DOS RESULTADOS NA HIDROCLASSIFICAÇÃO

PELO ENG.º DE MINAS (I. S. T.) JOSÉ QUINTINO ROGADO

Bolseiro do I. A. C.
na C. E. E. N.

(Conclusão)

3.3 — *Valores habituais da Imperfeição*

Como se mostrou atrás, em todos os casos em que sejam válidas a lei geral e a analogia de Roberts e Fitch, a curva de repartição é a imagem da função (14'). Contudo, a verificação experimental de (14') conduz à validade da lei geral (4), quando e só quando, a analogia de Roberts e Fitch for admissível, o que pode acontecer com os hidroclassificadores mecânicos (de rapetas, parafuso ou taça), com os espessadores, com os hidroclassificadores hidráulicos em regime livre («sizer»), com os cones de areias e com os «Rheax».

Como verificação complementar da existência da lei geral (4) poderá, por exemplo, nos hidroclassificadores referidos, calcular-se as relações de isodromia para casos concretos, de acordo com aquela lei, e compará-las com as obtidas experimentalmente.

Pode, por isso, acontecer ser a lei (14') boa interpolação da curva de repartição reduzida sem que este facto acarrete a validade da lei geral (4). Para tanto, basta que a referida analogia não seja presumível no hidroclassificador em questão, como é o caso dos hidrociclones, dos hidroclassificadores hidráulicos em regime perturbado («sorters»).

A fig. 3 e o quadro A mostram, para os habituais valores de I, os correspondentes valores de n, de acordo com (13'):

$$I = 1{,}5^{1/n} - 1 \qquad (13')$$

Na figura estão indicados os valores de n em alguns hidroclassificadores, onde é presumível a analogia de Roberts e Fitch, supondo válida a lei (4). Assim sendo, o regime dos hidroclassificadores mecânicos situar-se-ia próximo do chamado regime turbilhonar, embora com valores de $n > 1/2$, e nos hidroclassificadores hidráulicos em regime chamado livre, seria $n > 2$, isto é, não seria válida a conhecida lei de Stokes.

QUADRO A

Alguns valores de I e de n

Hidroclassificadores	Imperfeição (1)	Valores de n	Domínio de aplicação (1) d_{90} (μ)
de rapetas ou parafuso	0.5—0,7	1—0,7	100 — 500
de taça	0.5—0,7	1—0,7	40 — 200
Fahrenwald («sizer»)	0.15—0,2	2.8—2,2	100 — 3000
«Rheax» vertical	0.15—0,2	2.8—2,2	200 — 1000
«Rheax compound»	0.25—0,3	1.6—1,9	20 — 400

(1) Segundo R. Testut em «La Preparation des Minerais» ed. S. I. M. 1958

Por outro lado, considerando que os líquidos viscosos à Newton (coeficiente de viscosidade independente do gradiante da velocidade) opõem ao movimento dos sólidos neles mergulhados resistência F da forma

$$F = K \rho_0 v^2 d^2 \left(\frac{1}{N}\right)^{\delta} \qquad (15)$$

onde

K é uma constante,
ρ_0 a massa específica do líquido,
v a velocidade relativa,
d o diâmetro da partícula (suposta esférica) e
N o número de Reinolds,

teríamos, para os valores de δ, nos

(i) hidroclassificadores mecânicos, $0{,}286 < \delta < 0{,}333$
(ii) «Rheax compound», $0{,}82 < \delta < 0{,}93$
(iii) hidroclassificadores hidráulicos, $1{,}06 < \delta < 1{,}21$

É conveniente notar que a relação (14') exige que a curva de repartição reduzida seja simétrica em relação ao ponto de coordenadas [d'c, 50 %]. Assim, na Fig. 4 mostra-se a curva de repartição reduzida de um hidroclassificador Fahrenwald ($n = 2{,}4$; $I = 0{,}18$) que verifica a

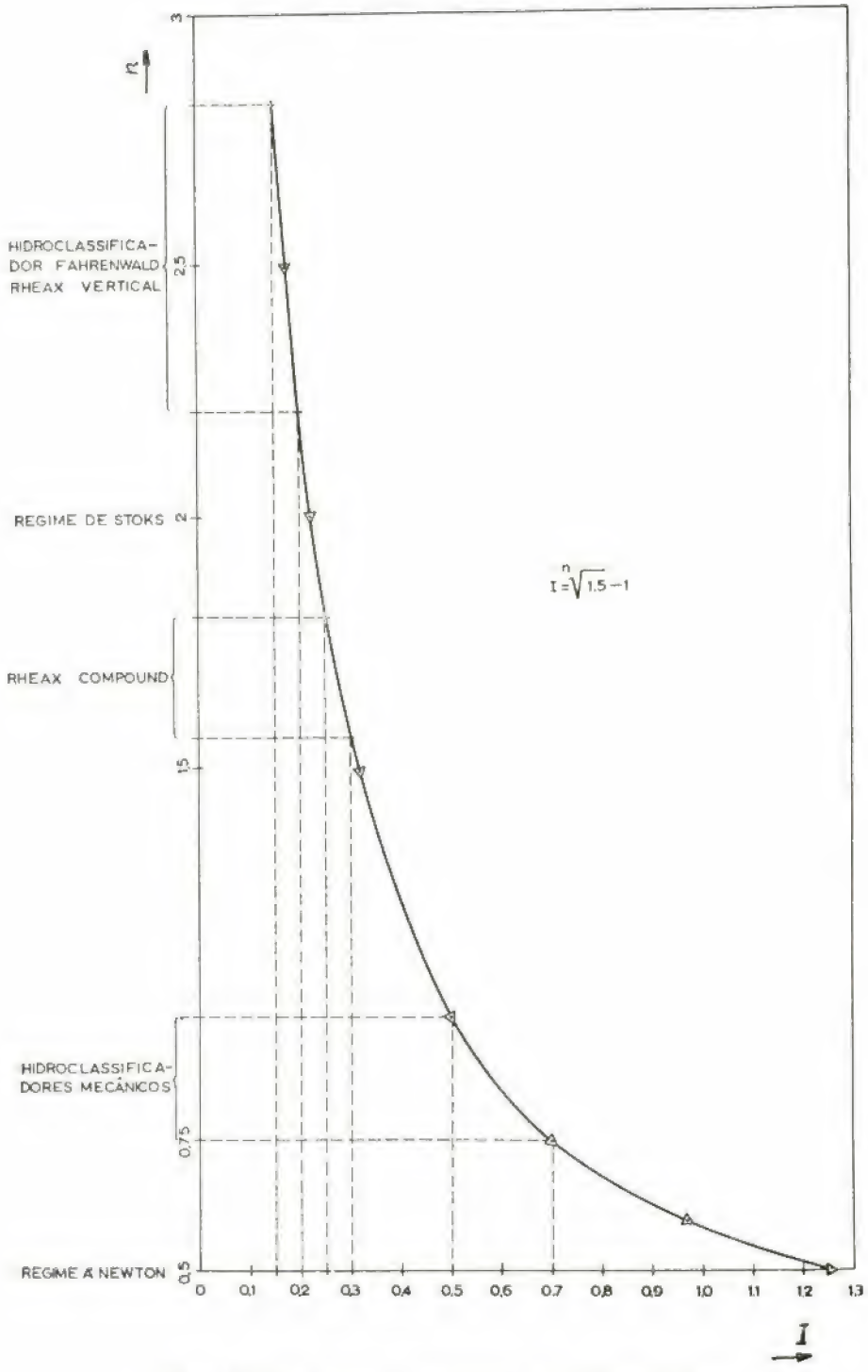


Fig. 3: Relação entre o expoente n e a Imperfeição

relação (14') e, na fig. 5, a curva de repartição reduzida de um hidroclassificador de rapetas que, não sendo simétrica, não a satisfaz (14').

Outro aspecto a considerar, ao pretender-se verificar a aplicação da equação (14'), são os erros inerentes à determinação dos pontos da curva no plano $\left[\log \frac{\eta_k'}{100}, \log d_k\right]$. Com efeito, as coordenadas de todos esses pontos não são conhecidas com o mesmo rigor. O erro absoluto máximo da abcissa depende da amplitude dos intervalos de calibre em que arbitràriamente se

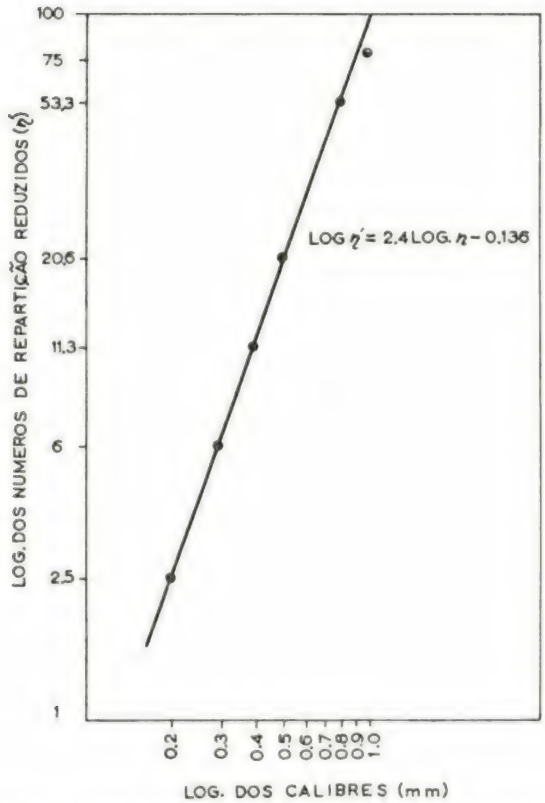


Fig. 4: Curva de repartição reduzida de um hidroclassificador Fahrenwald («Sizer»)

dividiu a fase sólida da alimentação. Como veremos, adopta-se em geral para limites daqueles intervalos, valores na relação de $\sqrt{2}$ ou $\sqrt[4]{2}$. Sendo asssim, o referido erro valerá

$$\pm \frac{1}{2} \log \sqrt{2} = \pm 0{,}075 \quad \text{ou} \quad \pm \frac{1}{2} \log \sqrt[4]{2} = \pm 0{,}037.$$

Quanto à ordenada $\log \frac{\eta'_k}{100}$, o seu erro absoluto é função decrescente de η'_k visto que os números de repartição, são em geral, conhecidos com erro absoluto constante e, portanto, os seus logarítmos (cujos erros absolutos são aproximadamente iguais aos erros relativos dos números) virão afectados de erros muito maiores para valores baixos do que para valores altos de η'_k. Quer dizer, na interpolação com a recta (14') devem atribuir-se menores pesos aos números de repartição correspondentes aos calibres finos.

4. A PREVISÃO DOS RESULTADOS

Pretende-se com esta previsão, conhecida a granulometria da alimentação, determinar as granulometrias dos produtos da hidroclassificação e bem assim os seus pesos relativos e a percentagem de sólidos do transbordo.

Cingindo-nos ao caso da fase sólida da alimentação ser homogénea, situação a que se conduz a maioria dos problemas práticos da hidroclassificação, a previsão pode fazer-se, desde que se conheça, além da granulometria da alimentação, a curva de repartição reduzida do hidroclassificador que se pretende empregar, a percentagem de sólidos da polpa da alimentação, o diâmetro da separação s, o peso específico da fase sólida e a diluição do espessado do hidroclassificador.

Como vimos, o espessado da hidroclassificação é constituído por:

(i) partículas de calibre superior ao diâmetro de separação s,

(ii) partículas de calibre inferior a s, mas que, em consequência da sua posição inicial no volume de sedimentação passaram ao espessado e,

(iii) partículas que se encontram na polpa que preenche o volume intersticial do espessado

Pois bem, se, tomando como base o diâmetro de reparação s, dividirmos a fase sólida da alimentação em m intervalos de calibre ($> s$), (s, $s/\sqrt{2}$), ($s/\sqrt{2}$, $s/2$) (1), etc., as partículas referidas em (i) pertencerão ao primeiro intervalo (2) e as referidas em (ii) e (iii) aos restantes.

A determinação da parcela (ii) do espessado faz-se, evidentemente, multiplicando os coeficientes de sedimentação F_k, obtidos à custa da curva de repartição reduzida, pelos pesos parciais de cada um dos intervalos (s, $s/\sqrt{2}$), ($s/\sqrt{2}$, $s/2$), etc. (V. Quadro B, coluna 6):

$$r_o = p_o - (0{,}6 \text{ a } 0{,}3)$$
$$r_k = p_k F_k \qquad k = 1 \ldots m$$

(1) Desejando maior rigor podem adoptar-se os intervalos ($> s$), (s, $s/\sqrt[4]{s}$), ($s/\sqrt[4]{s}$, $s/\sqrt{2}$), etc.

(2) É conveniente [4], para tomar em consideração o *efeito de forma* e os arrastamentos fortuitos para o transbordo, deduzir ao peso do intervalo ($> s$) 0,6 % ou 0,3 % da alimentação.

QUADRO B

FOLHA DE CÁLCULO DA PREVISÃO

(1) Intervalos de calibre em função de s	(2) Calibres (μ)	Análise granulométrica da alimentação		(5) Factores de sedimentação (1)	(6) = (4) × (5) Peso sedimentado (% sobre a alimentação)	(7) = ε × (11) Parcela de transbordo no volume intristicial	ESPESSADO			(11) = (4) — (6) Polpa do transbordo (% sobre a alimentação)	TRANSBORDO		
		(3) Cum. Sup. %	(4) % Simples				(8) = (6) + (7) Peso (% sobre a alimentação)	Análise granulométrica (9) Cum. Sup. (%)	(10) % Simples		(12) = (4) — (8) Peso (% sobre a alimentação)	Análise granulométrica (13) Cum. Sup. (%)	(14) % Simples
> 1.000 s			p_0	1	$r_0 = p_0 - (0{,}6 \text{ ou } 0{,}3)$	$\varepsilon\,(0{,}6 \text{ ou } 0{,}3)$	$r_0 + \varepsilon\,(0{,}3 \text{ ou } 0{,}6)$			$q_0 = 0{,}6 \text{ ou } 0{,}3$	$q_0 = \varepsilon\,(0{,}3 \text{ ou } 0{,}6)$		
1.000 s/0.707 s			p_1	F_1	$r_1 = p_1 F_1$	εq_1	$r_1 + \varepsilon q_1$			$q_1 = p_1 - p_1 F_1$	$q_1 - \varepsilon q_1$		
0.707 s/0.500 s			p_2	F_2	$r_2 = p_2 F_2$	εq_2	$r_2 + \varepsilon q_2$			$q_2 = p_2 - p_2 F_2$	$q_2 - \varepsilon q_2$		
0.500 s/0.353 s													
0.353 s/0.250 s													
0.250 s/0.180 s													
0.180 s/0.130 s			p_6	F_6	$r_6 = p_6 F_6$	εq_6	$r_6 + \varepsilon q_6$			$q_6 = p_6 - p_6 F_6$	$q_6 - \varepsilon q_6$		
< 0.130 s			p_7	$F_7 = 0$ (2)	$r_7 = p_7 F_7 = 0$	εq_7	εq_7	100		$q_7 = p_7$	$q_7 - \varepsilon q_7$	100	
Totais	—	—	100,00	—	$W = \Sigma r_k$	$\Sigma \varepsilon q_k$	$W_l = \Sigma (r_k \times \varepsilon q_k)$	—	100	$Q = \Sigma q_k$	$Q_l = \Sigma (q_k - \varepsilon q_k)$	—	100

(1) — Obtidos à custa da curva de repartição reduzida, tomando para diâmetros médios o valor médio dos extremos de cada intervalo.

(2) — Considera-se como nulo o factor de sedimentação do intervalo de menor calibre.

onde p_k são os pesos de cada intervalo de calibre (exprime-se usualmeete tais pesos como percentagens do peso da fase sólida da alimentação), F_k são os factores de sedimentação e r_k as parcelas de cada intervalo que transitarão ao espessado.

e utilizando a expressão (6) encontra-se ε, isto é, a drenagem, e, multiplicando os q_k por ε, teremos as fracções da polpa do transbordo que ficarão retidas no volume intersticial do espessado, portanto, a parcela de espessado indicada em (iii) (V. Quadro B, coluna 7).

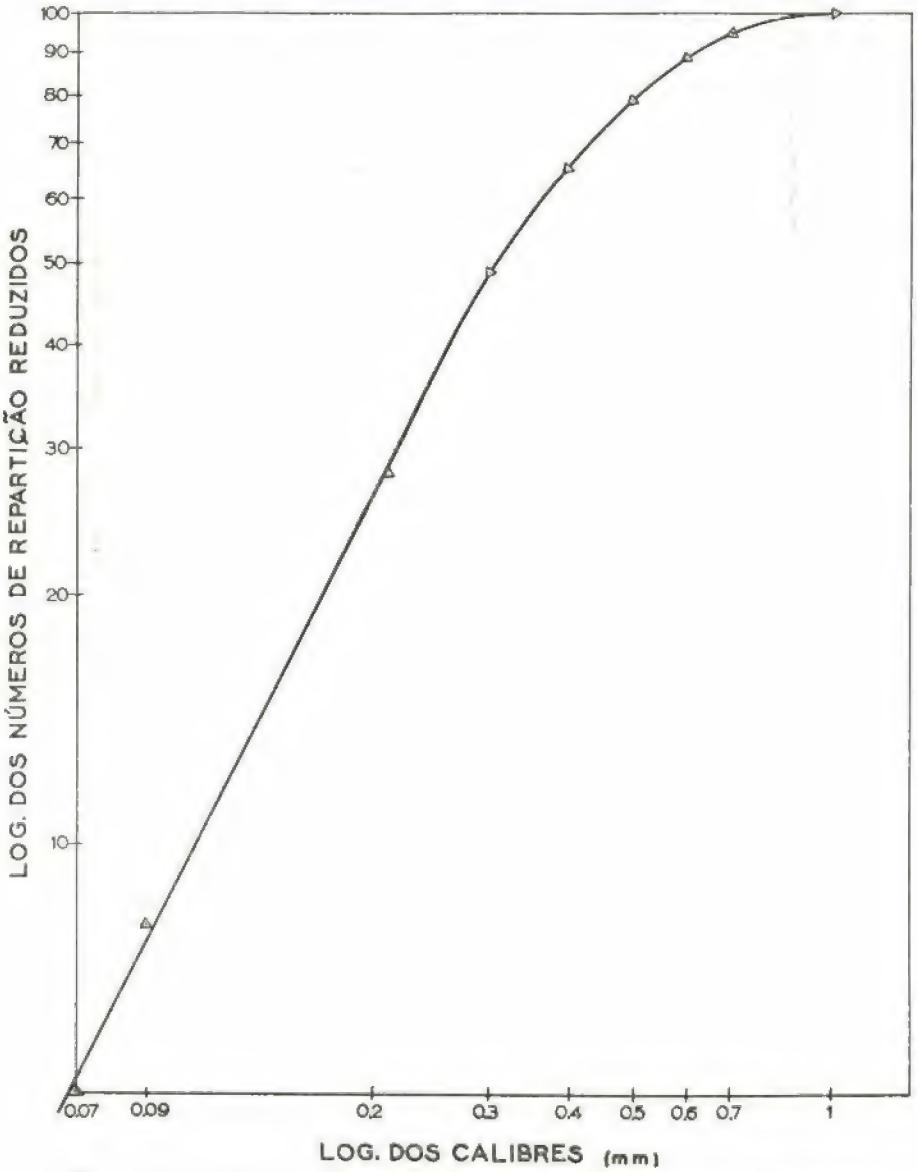


Fig. 5: Curva de repartição reduzida de um hidroclassificador de rapetas

Obtidos os valores de r_k imediatamente se encontram, por diferença para p_k, as fracções q_k da fase sólida da alimentação que transitam ao transbordo (V. Quadro B, coluna 11). Pondo

$$W = \Sigma\, r_k$$
$$Q = \Sigma\, q_k$$

As operações

$$\begin{matrix} r_k + \varepsilon\, q_k \\ q_k - \varepsilon\, q_k \end{matrix} \qquad (k = 1 \ldots . m)$$

dar-nos-ão as *constituições granulométricas do espessado e*

QUADRO C

EXEMPLO — FOLHA DE CÁLCULO

(1) Intervalos de calibre em função de s (malhas «Tyler»)	(2) Calibres (u)	Análise granulométrica da alimentação		(5) Factores de sedimentação (Fig. 6)	(6)=(4) × (5) Peso sedimentado em % sobre a alimentação	(7) = s × (11) Parcela do transbordo no volume intristicial	ESPESSADO			(11)=(4)—(6) Polpa do transbordo em % sobre a alimentação	TRANSBORDO		
		(3) Cum. Sup. %	(4) % Simples				(8) = (6) + (7) Peso em % sobre a alimentação	Análise granulométrica (9) Cum. Sup. %	(10) % Simples		(12) = (4)—(8) Peso em % sobre a alimentação	Análise granulométrica (13) Cum. Sup. (%)	(14) % Simples
> 48	+ 294	42,3	42,3	1	41,7	0,278	41,978	52,84	52,84	0,6	0,322	1,53	1,53
48/65	+ 208	50,5	14,2	0,79	11,13	1,421	12,551	68,42	15,58	3,07	1,649	9,73	8,20
65/100	+ 147	67,2	10,7	0,50	5,35	2,478	7,828	78,24	9,82	5,35	2,872	23,73	14,00
100/150	+ 104	73,3	6,1	0,31	1,89	1,95	3,840	83,07	4,83	4,21	2,260	34,88	11,15
150/200	+ 74	77,9	4,6	0,20	0,92	1,705	2,625	86,37	3,30	3,68	1,975	44,48	9,60
200/270	+ 53	83,6	5,7	0,126	0,72	2,306	3,026	90,17	3,80	4,98	2,674	58,12	13,64
270/400	+ 37	89,9	6,3	0,08	0,48	2,694	3,174	94,13	3,96	5,82	3,126	73,30	15,18
< 400	— 37	100,0	10,1	0,00	0,00	4,678	4,678	100,00	5,87	10,1	5,422	100,00	26,70
Totais.....	—	—	100,0	—	W = 62,19	17,510	W_1 = 79,700	—	100,00	Q = 37,81	Q_1 = 20,300	—	100,00

transbordo, respectivamente. Por outro lado as somas

$$\Sigma\ (r_k + \varepsilon\ q_k)$$

e

$$\Sigma\ (q_k - \varepsilon\ q_k)$$

fornecerão os *pesos das fases sólidas do espessado e do transbordo expressas como percentagem da alimentação.*

Resta apenas determinar a percentagem de sólidos do transbordo, o que se pode fazer recorrendo à expressão

$$(\%\ S)_{Transb.} = \frac{100\ Q}{100\ D + Q} \qquad (16)$$

Fica assim completa a previsão. O quadro B que a seguir se apresenta reune os cálculos atrás descritos, para o caso de se terem usado 6 intervalos de calibre cujos extremos estão na relação $\sqrt{2}$ e dois intervalos extremos ($>$s) e ($<$0.13 s)

5 — EXEMPLO DE CÁLCULO DA PREVISÃO

Para concretizar o atrás exposto apresentamos a seguir os cálculos da previsão dos resultados de uma hidroclassificação.

5.1 — *Dados*

Tipo de hidroclassificador: Mecânico

Imperfeição: $I = 0{,}71$

Valor de n: 0,75

Diâmetro de separação: $s = 48$ malhas Tyler

Diluição em volume do espessado: $D_v = 0{,}9$

Análise granulométrica da alimentação: conforme folha de cálculo, colunas (3) e (4).

Peso específico da fase sólida da alimentação: $\gamma = 2{,}65\ grcm^{-3}$

Diluição da alimentação: $D = 0{,}92$

Amplitude dos intervalos de calibre: $\sqrt{2}$

5.2 — *Cálculos* (V. g. fig. 6 e Quadro C)

5.2.1 — *Factores de sedimentação*

A fig. 6 permite determinar gràficamente os factores de sedimentação, tomando como diâmetros os calibres médios de cada intervalo de calibre. Os valores encontrados estão patentes na coluna (5) da folha de cálculo.

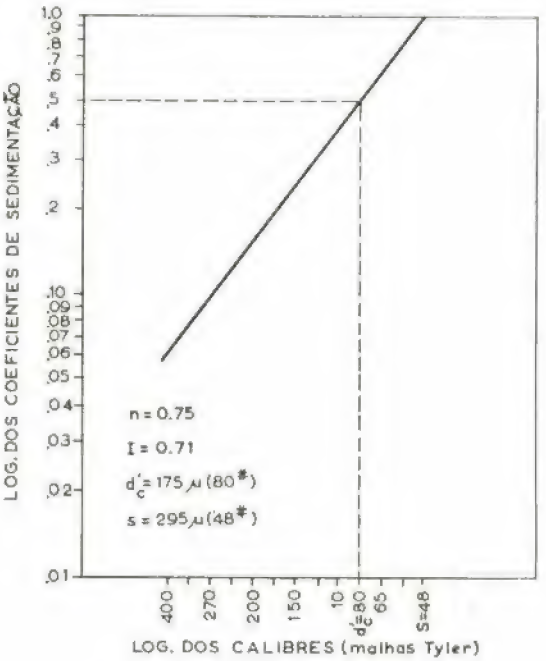


Fig. 6: Exemplo — Curva de repartição reduzida

5.2.2 — *Drenagem*

As colunas (6) e (11) fornecem

$$W = 62{,}19\ \%$$
$$Q = 37{,}81\ \%$$

Utilizando a expressão (6), teremos

$$\varepsilon = 0{,}463$$

5.2.3 — *Pesos do espessado e transbordo e respectivas análises granulométricas*

As colunas (8) e (12) da folha de cálculo fornecem

% em peso do espassado: $W_t = 79{,}70\ \%$

% em peso do transbordo: $Q_t = 20{,}30\ \%$

As colunas (9), (10), (13) e (14) da mesma folha fornecem as análises granulométricas do espessado e transbordo.

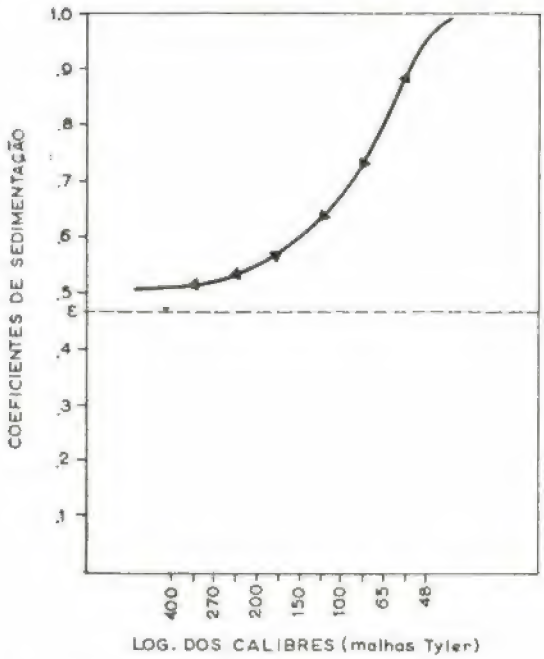


Fig. 7: Exemplo — Curva de repartição de Tromp

5.2.4 — *Percentagem de sólidos da polpa do transbordo*

Utilizando a expressão (16), teremos

$$(\%)_{\text{Transbordo}} \simeq 31{,}6\ \%$$

5.3 — *Observações*

Verifica-se que o diâmetro de corte reduzido corresponde a 80 malhas Tyler.

A fig. 7 mostra a curva de Tromp previsível.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

1 — K. F. Tromp – Neve Wege für die Beurteilung der Aufbereitung von Steinkohlen. *Glückauf* 73, Fev. 1937.

2 — A. Terra — Essai d'une théorie du lavage. *Rev. de l'Industrie Minérale* 425, Nov. 1938

3 — A. Terra — Determination de l'ecart probable en densité, caractéristique de la qualité d'un lavage. *Rev. de l'Industrie Minérale* 446. Nov 1939.

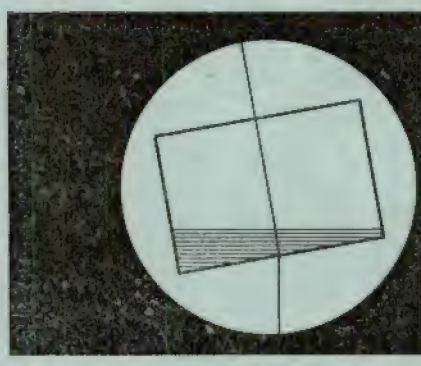
4 — E. J. Roberts e E. B. Fitch — Predicting size distribution in classifier products. *Mining Engineering* 8 ; 11 ; Nov. 1956.

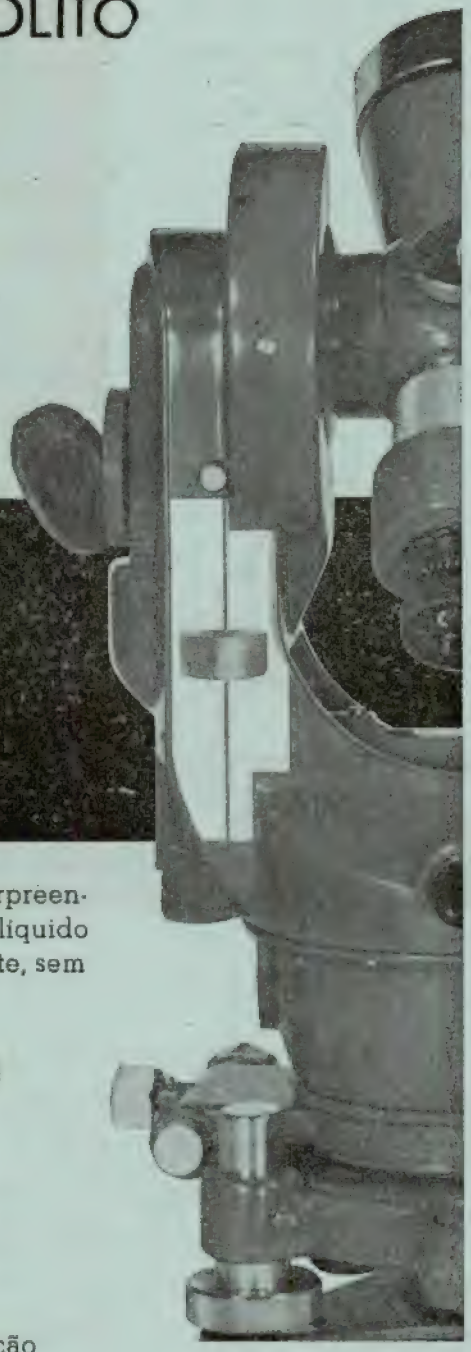
O NOVO TEODOLITO

Wild T 1-A

com calagem
zenital automática

O teodolito com os aperfeiçoamentos mais modernos, permitindo medições mais fáceis, rápidas e mais exactas





Automatismo duma concepção surpreendentemente simples: Prisma com líquido sem partes mecânicas, sem desgaste, sem desarranjos sem reparações.

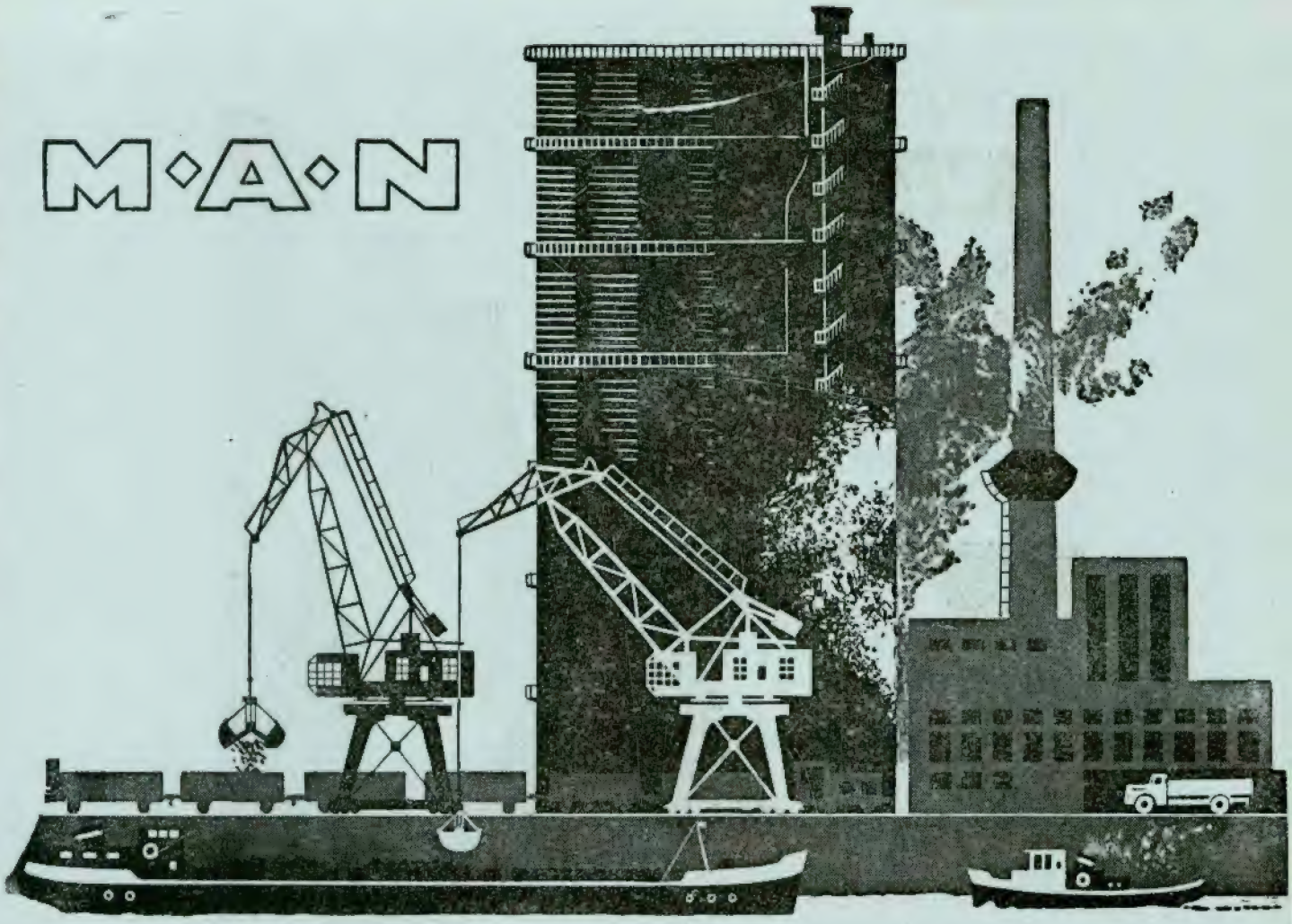
Detalhes no prospecto Th 154

WILD
HEERBRUGG

Solicitem catálogo ou demonstração ao representante exclusivo:

WILD PORTUGAL, L.DA

LISBOA — PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8, S/L 6 — Tel. 68 1127



MASCHINENFABRIK AUGSBURG-NURNBERG A·G · WERK NURNBERG

INSTALAÇÃO DE FORÇA MOTRIZ A VAPOR · INSTALAÇÕES DE FORÇA MOTRIZ A GÁS · GUINDASTES E TRANSPORTADORES · MATERIAL CIRCULANTE FERROVIÁRIO · MÁQUINAS PARA ENSAIOS DE MATERIAIS · INSTALAÇÕES DE CONDICIONAMENTO DE AR · PONTES DE AÇO · INSTALAÇÕES HIDRÁULICAS DE AÇO · CONSTRUÇÕES METÁLICAS · BOMBAS · GASÓMETROS · CALDEIRAS A VAPOR CANALIZAÇÕES DE AÇO · MOTORES DIESEL TERRESTRES E MARÍTIMOS

REPRESENTAÇÃO GERAL PARA PORTUGAL E ULTRAMAR

INDUMA

MÁQUINAS INDUSTRIAIS LIMITADA
AVENIDA ANTÓNIO AUGUSTO DE AGUIAR, 88-3.° · LISBOA

C. D. U. 624.131.439.82

AJUSTAMENTO A SOLOS PORTUGUESES DE UM MÉTODO RÁPIDO PARA A DETERMINAÇÃO DO LIMITE DE LIQUIDEZ

POR
VIRGÍLIO PENALVA ESTEVES
Engenheiro Assistente da Secção de Fundações
do Laboratório Nacional de Engenharia Civil

1 — INTRODUÇÃO

O procedimento para a avaliação do limite de liquidez de um solo encontra-se especificado, sendo usualmente necessário conduzir 4 ou 5 determinações a diferentes teores de humidade.

Os métodos rápidos para a determinação do limite de liquidez assentam na hipótese de que W/L e o número de pancadas, N, da concha de Casagrande estão relacionados por uma função que é independente do tipo de solo. W é o teor de humidade correspondente a um determinado número de pancadas e L o limite de liquidez do solo respectivo. Assim será possível com uma única avaliação calcular o limite de liquidez, desde que se conheça a referida curva tipo.

No presente trabalho procede-se ao estabelecimento de uma fórmula, baseada nos ensaios efectuados quando do estudo das manchas de empréstimo de terras para a construção de barragens de terra.

Os dados referem-se às manchas relativas às barragens de Santa Clara-a-Velha (Mira), Roxo, Caia e Safara, num total de 141 ensaios, com 549 determinações. Os limites de liquidez, determinados pelo processo usual, variam entre 20 % e 70 %.

Compara-se ainda a fórmula estabelecida com as existentes noutros países, e analisa-se a viabilidade da aplicação do método e sua precisão.

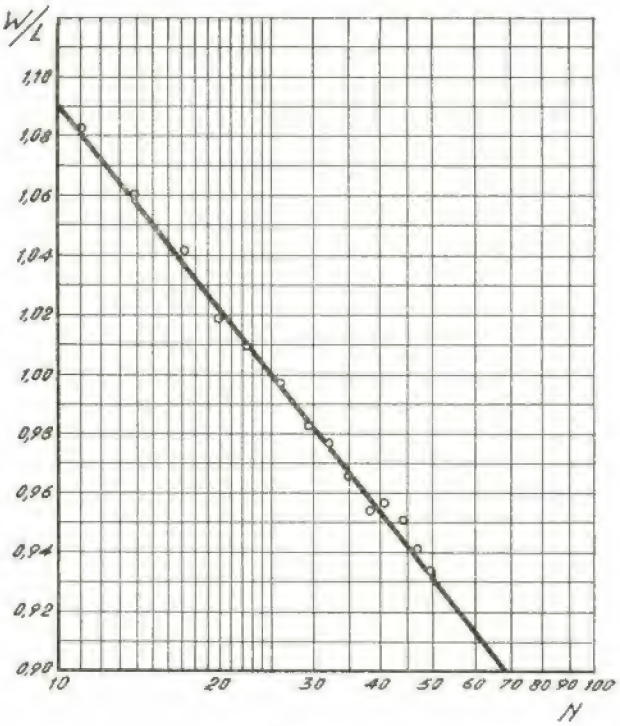
2 — MÉTODO RÁPIDO PARA A DETERMINAÇÃO DO LIMITE DE LIQUIDEZ

a) *Estabelecimento de fórmulas*

Os dados existentes foram agrupados segundo o número de pancadas: 10 a 12, 12 a 15, 15 a 17, etc., até 50. Avaliou-se em cada grupo, a média ponderada do número de pancadas N, e a média dos valores de W L.

Na fig. 1 apresenta-se o resultado obtido num gráfico semi-logarítmico. Os pontos encontram-se sensìvelmente em linha recta, pelo que se poderá determinar uma equação da forma:

$$A \times \frac{W}{L} + B \times \log N + C = O$$



$$\frac{W}{L} = f\ (\text{Log. } N)$$

Fig. 1

No gráfico indicado encontra-se:

para W/L = 1 é N = 25

para W/L = 1,05 é N = 15

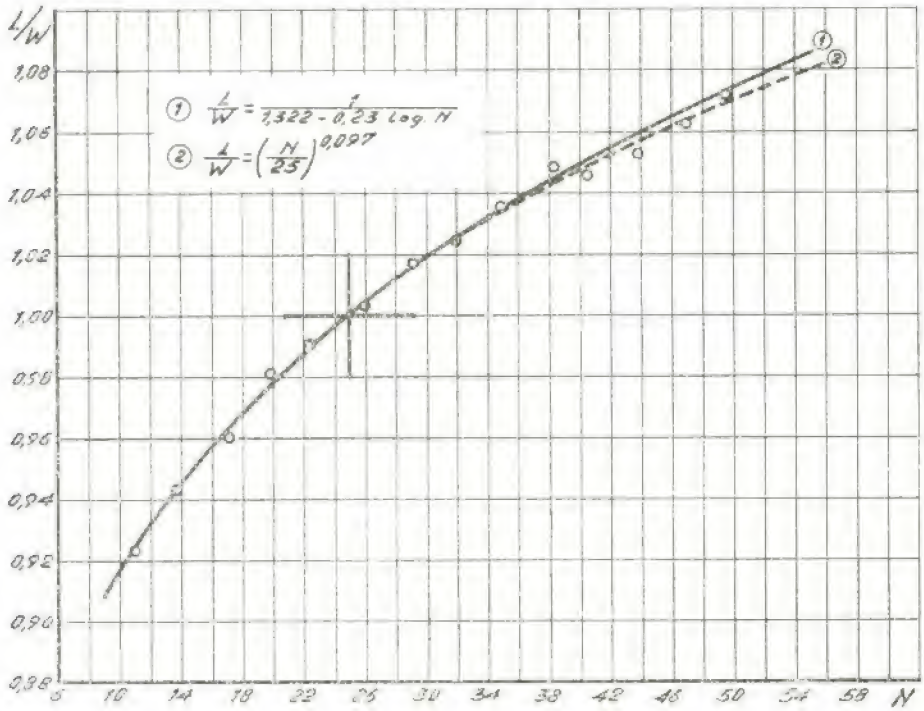
Tem-se assim um sistema de 3 equações cujo eliminante terá de ser nulo:

$$\begin{vmatrix} \text{Log } N & W/L & 1 \\ \text{Log } 25 & 1 & 1 \\ \text{Log } 15 & 1{,}05 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Tem-se então uma outra fórmula:

$$\frac{L}{W} = \left(\frac{N}{25}\right)^{0{,}097}$$

Indicam-se na fig. 2 as curvas referentes a cada uma das fórmulas estabelecidas e os pontos



$$\frac{L}{W} = f\ (N)$$

Fig. 2

Resolvendo obtém-se:

$$\frac{L}{W} = \frac{1}{1{,}322\text{-}023 \ \log N}$$

Um outro tipo de fórmula também usada, consiste em considerar um gráfico semelhante ao anterior, mas com ambas as escalas logarítmicas.

Obtém-se uma equação da forma:

$$\frac{W}{L} = \left(\frac{N}{25}\right)^{K}$$

Determinou-se o valor de K pela média dos valores referentes aos n grupos de pancadas considerados:

$$K = \frac{\sum_i \dfrac{\log W_i/L_i}{\log N_i/25}}{n} = -\ 0{,}097$$

relativos aos ensaios, agrupados como se indicou. Como se verifica as curvas são bem representativas dos ensaios efectuados, mais notòriamente a curva 2.

b) — *Fórmulas existentes*

Na mesma base vários autores têm estabelecido fórmulas idênticas. Citam-se as seguintes:

$\frac{L}{W} = \left(\frac{N}{25}\right)^{0{,}092}$ — Road Research Laboratory

$\frac{L}{W} = \frac{1}{1{,}388-0{,}277 \log N}$ — » »

$\frac{L}{W} = \left(\frac{N}{25}\right)^{0{,}121}$ —Waterways Experiment Station

$\frac{L}{W} = \frac{1}{1{,}419-0{,}3 \log N}$ —Cooper e Johnson (U.S.A.)

CURVAS DE FREQUÊNCIAS ACUMULADAS

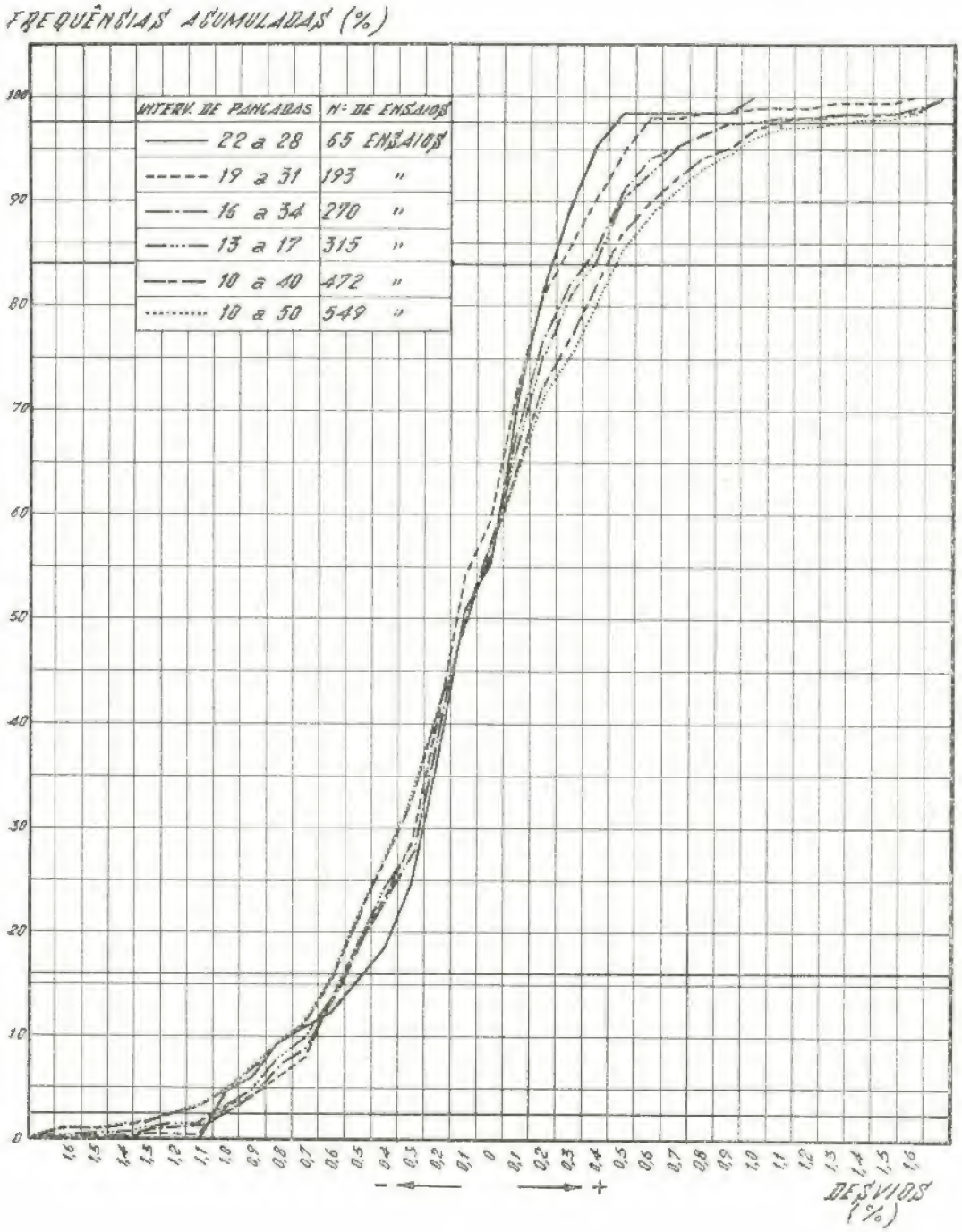


Fig. 3

$$\frac{L}{W} = \left(\frac{N}{25}\right)^{0,100}$$ — W. J. Eden (Canada)

A primeira e a última fórmulas ajustam-se também aos ensaios efectuados no Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

3 — PRECISÃO DO MÉTODO

A fim de julgar sobre a precisão da fórmula estabelecida (fórmula 2), aplicou-se esta aos resultados compilados, calculando os desvios do limite de liquidez assim determinado em relação ao valor obtido pelo processo normalizado.

As frequências acumuladas dos desvios encontram-se no gráfico da fig. 3, em que se agruparam os desvios segundo uns certos intervalos de variação do número de pancadas.

Assim, 65 dos ensaios permitiram aplicar a fórmula para um número de pancadas, N, caindo no intervalo 22 a 28 pancadas; 193 ensaios correspondem a valores de N entre 19 e 31, etc. (indicam-se na fig. 3 os intervalos considerados e o número de ensaios correspondente).

Como era de esperar ressalta, mais notòriamente no lado dos desvios positivos, que a precisão da aplicação da fórmula diminui com o aumento do intervalo considerado para o número de pancadas.

DESVIOS = f (intervalo de pancadas)

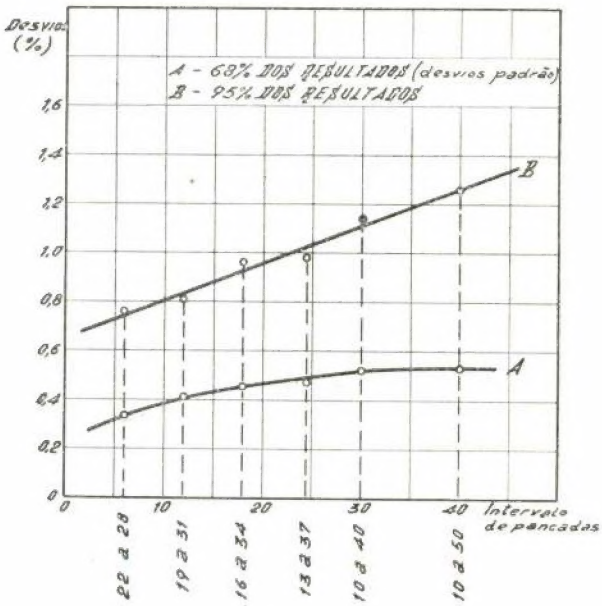


Fig. 4

Na fig. 4 as curvas A e B referem-se aos limites dentro dos quais caem respectivamente, 68 % (valor correspondente ao desvio padrão) e 95 % dos resultados.

As fórmulas existentes, anteriormente indicadas, fornecem para os valores do «Road Research Laboratory» desvios padrões da ordem de 0,5 % para um intervalo de 21 a 30 pancadas. (*)

Para o mesmo intervalo, a fórmula (2) apresentada, aplicada aos ensaios do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, conduz a um desvio padrão inferior a 0,4 %.

QUADRO I

$$\frac{L}{W} = \left(\frac{N}{25}\right)^{0,097} \longrightarrow L = K(N) \times W$$

Número de pancadas	K (N)	Número de pancadas	K (N)
10	0,916	26	1,004
11	0,923	27	1,008
12	0,931	28	1,011
13	0,938	29	1,015
14	0,945	30	1,018
15	0,951		
16	0,958	31	1,022
17	0,963	32	1,025
18	0,969	33	1,028
19	0,974	34	1,030
20	0,978	35	1,033
21	0,983	36	1,036
22	0,988	37	1,039
23	0,992	38	1,041
24	0,996	39	1,044
25	1,000	40	1,047

4 — CONCLUSÕES

Algumas das fórmulas referidas em 2-b) foram determinadas a partir dos resultados de ensaios sobre solos cujos limites de liquidez variavam entre 15 % e 170 %, e provenientes das mais variadas origens.

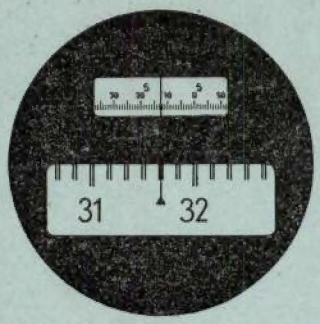
(*) Norman — Géotechnique, vol. IX — Março 1959 — n.º 1.

TEODOLITO DE SEGUNDOS FT2

Otto-Fennel

Para triangulações de segunda e terceira ordens, poligonação de precisão, orientação e medidas astronómicas de ligação, levantamentos subterrâneos e todos os trabalhos de precisão em geral

- Óculo reversível
- Leitura por sistema directo
- Óptica tratada de grande luminosidade



CARACTERÍSTICAS

Telescópio — Analáctico com focagem interna, óptica tratada, comprimento 175 mm; ampliação 30 x; abertura da objectiva 40 mm; distância mínima de mira 1,25 m; constante de adição zero; constante de multiplicação 100.

Níveis — Circular 8′; de horizontalidade, paralelo ao eixo de inclinação 20″, de coincidência no círculo vertical 20″.

Círculo horizontal — Diâmetro 90 mm; leitura directa 1″ — 2^{cc}; leitura por avaliação 0,1″ — 0,2^{cc}.

Círculo vertical — Diâmetro 70 mm; leitura directa 1″ — 2^{cc}; leitura por avaliação 0,1″ — 0,2^{cc}.

Tripé extensível; caixa metálica com pequenos acessórios.
Pesos. instrumento 6,5 kg; tripé 6 kg; caixa metálica 4,5 kg.

REPRESENTANTES

PAPELARIA FERNANDES — S. A. R. L.

L. DO RATO, 13 — TEL. 68 21 31 / 39 — R. DO OURO, 145 — TEL. 2 83 61 / 2 60 66

LISBOA

TRANSFORMADORES
ENAE
LICENÇA SIEMENS-SCHUCKERT
ATÉ
1600 kVA
35 kV
DA CONCEPÇÃO AO
ENSAIO
O RIGOR E O
CUIDADO QUE FAZEM
AS OBRAS PERFEITAS
EMPRESA NACIONAL DE APARELHAGEM ELÉCTRICA — AV. 24 DE JULHO, 158 — LISBOA

Como se disse, a fórmula apresentada, baseada nos resultados de ensaios de limites de liquidez variando entre 20 % e 70 % (90 % dos resultados estão compreendidos entre 23 % e 45 %) e referentes a solos provenientes de vários pontos de Portugal Continental, não difere pràticamente de algumas das fórmulas anteriores.

Evidencia-se então que qualquer que seja o tipo de solo o método é aplicável. Exceptua-se o caso de solos cujos limites de liquidez sejam superiores a 120 %, para os quais deve ser aplicado o método normalizado. (*)

Recomenda-se então a aplicação da fórmula estabelecida para a determinação do limite de liquidez, nomeadamente em trabalhos que não exijam grande precisão (caso da análise referente à identificação de terras constituintes das possíveis manchas de empréstimo para a construção de barragens de terra).

Sugere-se que se adopte um intervalo de 15 a 35 pancadas da concha de Casagrande. Como se infere da fig. 4, a este intervalo corresponde um desvio aproximado de 1 %, relativo a 95 % da totalidade dos ensaios.

Então com uma única determinação do teor de humidade e correspondente número de pancadas (entre 15 e 35), a fórmula estabelecida permite a avaliação do limite de liquidez. No quadro I indica-se o factor, função do número de pancadas, por que se multiplicará o teor de humidade W para se obter o limite de liquidez.

(*) Norman — Géotechnique, vol. IX — Março 1959 — n.º 1

SUMÁRIO

No presente trabalho estabelece-se uma fórmula para a determinação do limite de liquidez de solos, a partir de um único ensaio.

O estudo baseou-se nos resultados de ensaios sobre terras das manchas de empréstimo para a construção de diversas barragens de terra.

Algumas das fómulas determinadas noutros países ajustam-se bem aos resultados do L. N. E. C., pelo que se evidencia a aplicabilidade do processo para qualquer tipo de solo.

Efectua-se ainda uma análise sobre a precisão do método, recomendando-se, em face dos resultados, a sua aplicação.

RÉSUMÉ

On etáblit, dans la présente publication, une formule pour déterminer la limite de liquidité des sols au moyen d'un seul essai.

L'étude est fondée sur les résultats de différents essais réalisés lors de la construction de barrages en terre.

Quelques-unes des formules obtenues à l'étranger représentant bien les résultats du L. N. E. C., on en conclut que la méthode doit être applicable à n'importe quel type de sol.

On fait, en outre, une analyse de la précision de la méthode et en vue des résultats obtenus, on en recommande l'application.

SUMMARY

A formula is obtained in the present paper enabling the liquid limit of soils to be determined in a single test.

The study is based on results of tests on soils from borrow areas for construction of earth dams.

Some of the formulas determined abroad fitting well with the results obtained at the L. N. E. C., the method seems applicable to any type of soil.

The precision of the method is also analyzed and, in view of the results obtained the use of the method is recommended.